QATTIQ JISM MASALALARIDA SPINSIZ ZARRACHANING BIR O’LCHAMLI HARAKATI

Xalmatov Alisher Ilhomjonovich
Namangan muhandislik-texnologiya instituti
Baratov Xatamjon Mahmudjon o'g'li
Namangan muhandislik-texnologiya instituti
Rasulov Alibek Akram o'g'li
Namangan muhandislik-texnologiya instituti

Annotasiya: *Ushbu maqolada qattiq jism massalarida spinsiz zarrachalarning harakati qanday bo'lishi va shu bilan birga fizikada jismlarning harakatlari va ularning bir biriga bog'liqligi bundan tashqari tasir kuchi mohiyati yoritib berilgan.*

Kalit so'zlar: *amorf, kristal, kvant mexanikasi, Shredinger tenglamasi, statsionar, nostatsionar, diffuziya koeffitsienti.*

QATTIQ JISM MASSALARIDA BIR O'LCHAMLI HARAKAT

Ma’lumki qattiq jismlar tashkil etuvchi zarrachalari tartibsiz (amorf) yoki tartibli (kristall) jismlardan iborat. Shu sababdagn oldindan aytib o’tish kerakki, amorf jismlarda kechadigan ko’pgina fizik hodisalarni kvant mexanikasi usullari bilan analitik hal etish sanoqli hollardagina mumkin; aksariyat hollarda masalani hal etishda elektron hisoblash mashinalariga murojaat etishga majbur bo’linadi.

Kristall jismlarning ko’pgina fizik xususiyatlarini kvant mexanikasi uslublaridan foydalanib, hech bo’lmasa, mavjud eksperimentlarni yetarlicha izohlash maqsadida analitik natijalarni olish maqsadga muvofiqdir.

Kvant mexanikasining asosiy tenglamsi Shredinger tenglamasi hisoblanib, bu tenglama statsionar (vaqtga bog’liq bo’lmagan) va nostatsionar (vaqt bog’liq bo’lgan) ko’rinishlarga ega. Shuningdek Shredinger tenglamasi spinsiz zarrachalar xususiyatini o’rganishda qo’llaniladi. Biz kelajakda shunday holni ko’rib o’tamiz. Ma’lumki nostatsionar uch o’lchamli (x,y,z) Shredinger tenglamasi quyidagicha ko’rinishda yoziladi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta\psi + \nabla\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \ . \qquad (1)$$

Bunda $\Delta = \vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - laplasian yoki Laplas operatori, $\psi = \psi(\vec{r}, t) = \psi(x, y, z; t)$ - massali (erkin) elektronning to’lqin funktsiyasi, $V = V(\vec{r}, t) = V(x, y, z; t)$ potentsial energiya operatori.

(1) ifodadan ko’rinyaptiki, qaralayotgan masalaning mohiyati potentsial energiya operatori V ning ko’rinishi (tanlanishi)ga bog’liq: agar $V = V(\vec{r}, t) = V(x, y, z; t)$ ko’rinishda bo’lsa masala uch o’lchamli; $V = V(x, y; t)$ ko’rinishda – ikki o’lchamli; $V = V(x, t)$ - ko’rinishda – bir o’lchamli bo’ladi. Ko’pgina hollarda, xususan, ideal kristall muhitda

zaryadli zarrachalarning xarakatini o’rganishda, ko’p masalalar yechiladi. Ayrim xususiy hollarda, masalan yarim o’tkazgichli asboblarda kechadigan xodasalarni tekshirishda bir o’lchamli masalalar ko’rib o’tiladi. Biz kelgusida oxirgi holga diqqat e’tiborimizni qaratamiz.

Shunday qilib $V = V(x)$ deb hisoblasak (1) to’lqin tenglamasining yechimini

$\psi = e^{i(k_y y + + k_z z)}\varphi(x,t)$ (2) ko’rinishda izlaymiz.

Bu yerda ikki holga e’tibor berib o’tmoqchimiz. Birinchidan (1) to’lqin tenglamasini V=0 hol uchun

$i\frac{\hbar}{m_0}\Delta\psi = \frac{\partial\psi}{\partial t}$ (1a) ko’rinishda qayta yozsak (1a) diffuziya tenglamasiga o’tadi; bunda $i\frac{\hbar}{m_0}$ kattalik diffuziya koeffitsienti rolida keladi. Ma’lumki bu tenglamaning yechimi

$$\psi(x,t) = t^{1/2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{m_0 i}{2\hbar}\frac{(x-\xi)^2}{t}}d\xi \qquad (3)$$

ko’rinishga keladi. Biroq masalaning bunday hal etilishi kvant mexanikasining oddiy talabalariga javob bermaydi. Masalan vaqtning orqaga qaytishi (inversiya) operatori $\hat{K}$ bilan to’lqin funktsiyasiga ta’sir etsak ψ o’ziga nisbatan kompleks tutash (qo’shmalashgan, bog’langan) ψ^* to’lqin funktsiyasiga o’tishi kerak, ya’ni

$K\psi = \psi^*$ (4)

(3) ifodadan ko’rinayaptiki, diffuziya tenglamasining yechimi (4) tenglikni qonoatlantirmaydi. Shu sababdan nostatsionar Shredinger tenglamasini yechishda o’zgaruvchilarga ajratish usulini qo’llaymiz.

Ikkinchidan masalan, ya’ni (1)ni (2)ni e’tiborga olib tenglamani

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\hbar^2\left(k_z^2 + k_y^2\right)}{2m_0}\varphi + V\varphi = +i\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial t} \qquad (5)$$

ko’rinishda yechmasdan oldin $k_y = k_z = 0$ hol uchun yechish ham masalaning mazmunini keskin o’zgartirmaydi, chunki bunda (5)

$$-\left(\hbar^2/2m_0\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + V\varphi = i\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial t} \qquad (6)$$

ko’rinishga kelib, (6) ifoda (5)dan $\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)$ operatorni $\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\hbar^2}{2m_0}\left(k_z^2 + k_y^2\right)\right)$ operator bilan almashtirish bilan ekvivalentdir. Bu esa statsionar holat uchun kinetik energiya Y_e operatorini beruvchi $i\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ operatorining qiymatini $\frac{\hbar}{2m_0}\left(k_y^2 + k_z^2\right)$ qiymatga ozaytiradi xalos, ya’ni energiyaviy hisob boshini noldan emas, balki $-\frac{\hbar^2}{2m_0}\left(k_y^2 + k_z^2\right)$ dan boshlashni taqazo etadi. Natijada m_0 massali zarracha (kelajakda elektron so’zi bilan almashtiramiz) ning x o’qi bo’yicha bir o’lchamli harakatini tavsiflovchi Shredinger tenglamasini

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+V(x,t)\varphi=i\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial t} \quad (7)$$ ko'rinishda qayd etamiz.

(7) tenglamadan ko'rinayaptiki, elektronning erkinlik darajasi $V(x,t)$ning ko'rinishiga bog'liq, Shu boisdan $V(x,t)$ elektron uchun potentsial to'siqning analitik ko'rinishi (fazodagi taqsimoti) deb qabul qilish mumkin. Masalan, agar $V(x,t)$=0 bo'lsa elektron erkin bo'lib, Shredinger tenglamasining ko'rinishi

$$\left(-\hbar^2/2m_0\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=i\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial t} \quad (8)$$

kabi bo'lib, uning yechimini $\varphi(x,t)=U(x)T(t)$ ko'rinishda izlasak, u holda (8) ifodadan

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{1}{U}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=\frac{i\hbar}{T}\frac{\partial T}{\partial t}=E \quad (9)$$

tenglikka ega bo'lamiz. (9) ko'rinayaptiki, doimiy sonning birligi energiya birligi kabidir. Shu sababdan $E=const$ deb olsak (9) tenglikdan

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-\frac{2m_0E}{\hbar^2}U=0 \quad (10)$$

tenglamaga ega bo'lamiz. Shuning kabi *T(t)* ga nisbatan

$$\frac{\partial T}{\partial t}=-iE\hbar^{-1}T \quad (11)$$

tenglamaga ega bo'lamiz. (11) ning yechimi

$$T(t)=\exp(-iEt/\hbar)=\exp(-i\omega t) \quad (12)$$

ko'rinishga keladi. (10)ning yechimini

$$U=Ae^{ik_x x}+Be^{-ik_x x} \quad (13)$$

kabi tanlasak, $\hbar\omega=E=\hbar^2k_x^2/(2m_0)$ (14)

tenglikka ega bo'lamiz. Bundan to'lqin soni (vektori): $k_x=\left(2m_0E\hbar^{-2}\right)^{2/1}$. Oxirgi ifodalardan ko'rinayaptiki, Y_e elektronning kinetik energiyasi bo'lib, $E>0$, chunki k^2 haqiqiy sondir.

(13) va (12) ifodalarni e'tiborga olsak

$$\varphi(x,t)=U(x)T(t)=e^{-i\omega t}\left(Ae^{ik_x x}+Be^{-ik_x x}\right)$$

yoki $\varphi(x,t)=Ae^{i(k_x x-\omega t)}+Be^{-i(k_x x+\omega t)}$ (15)

ko'rinishdagi to'lqin funktsiyasiga ega bo'lamiz. Bu erkin elektronning to'lqin funktsiyaisdir. (15) dan ko'rinayaptiki, agar *A=V* bo'lsa, Eyler munosabati

$e^{\pm i\alpha}=\cos\alpha\pm i\sin\alpha$ (16) dan $\varphi(x,t)=2A\cos(\omega t-k_x x)$ (17)

turg'un to'lqin tenglamasining yechimiga ega bo'lamiz. Bunday (*A=V*) hol mumtoz fizika sohasiga oiddir. Kvant mexanikasida esa *A=V* bo'lib, ularning ko'rinishi masala talabi (chegaraviy shartlar)dan topiladi. Shu sababli (15)ning tahlili davom etdiramiz, u ikkita o'zaro qarama-qarshi (*x>0* va *x<0*) yo'nalishda tarqaluvchi to'lqinlardan iborat.

To'lqin funktsiyasining fizik mohiyati zichlik

$\rho(x)=\psi^*\psi=U^*U$ (18) va oqim $s=\frac{\hbar}{2im_0}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x}-\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\right)$ (19)

kabi kattaliklarni ψ ning analitik ko'rinishlarini e'tiborga olib qayta yozgandan so'ngra oydinlashadi.

(15) ni e'tiborga olsak (18) va (19)larni quyidagicha qayd etamiz:

$\rho(x)=|A|^2+|B|^2+\left(AB^*e^{2ik_xx}+A^*Be^{-2ik_xx}\right)$, (20) $S(x)=\hbar k_x\left(|A|^2-|B|^2\right)/m_0$ (21)

(21) ifodadan elektronlarning umumiy oqimi ikki (amplitudasi *A* va *V* bo'lgan ikki) to'lqin oqimlarining farqidan iboratligi kelib chiqadi.

Elektron zichligi esa ikki tashkil etuvchidan iborat bo'lib, ikkala to'lqin oqimlarining yig'indisi bilan aniqlansa, ikkinchisi esa kogenrnt to'lqinlarning interfrentsiyasi bilan aniqlanadi.

Agar elektronga korpuskullalar tusi berilsa, to'lqinlarning interferentsiyasi e'tiborga olinmaydi. Bu hol *A=0,* $B\neq 0$ yoki *A≠0, V=0* shartlarni qanoatlantiradi. Birinchi holda *S<0* , ikkinchi holda *S>0*. bu esa masalaning mohiyatiga qarab oqimning yoki o'ngga, yoyinki chapga yo'nalganligidan dalolat beradi.

Shunday qilib, k_x ning ikki xil: musbat va manfiy qiymatlar qabul qila olishini e'tiborga olsak, erkin elektronning to'lqin funktsiyasini quyidagi ko'rinishda qayta yozish mumkin:

$$\psi(k_x,x,t)=C(k_x)e^{i(k_xx-\omega t)}$$

U holda *x* ning $-\infty,+\infty$ oraligi bo'yicha oxirgi ifodani integrallasak, hosil bo'lgan funktsiya to'lqin paketini beradi. Bu integral yaqinlashuvchi bo'lsagina fizikaviy mazmun kasb etadi. Bu esa $k_x\to\infty$ $C(k_x)\to 0$ munosabatni beradi; masalan; $C(k_x)\infty k_x^m$ (m ixtiyoriy musbat son). $C(k_x)$ning aniq analitik ko'rinishi masala shartidan aniqlanadi. Endi tabiatan aniq masalalarni ko'rishga o'taylik: kelgusida $\psi(x,t)=\psi$ (nostatsionar to'lqin funktsiyaisi) va $U=U(x)$ (nostatsionar to'lqin funktsiyasining fazoviy tashkil etuvchisi) tushunamiz.

ADABIYOTLAR:

1. Херман М. Полупроводниковые сверхрешетки: Пер. с англ.-М.: Мир,-1989.-240 с.

2. Красильник З. Ф. Наноструктуры для нанофотоники // Известия РАН. Серия физическая.-2003.-Т. 67,-N 2.-С. 152-154.

3. Двуреченский А. В., Якимов А. И. Квантовые точки Ge в МДП-и фототранзисторных структурах // Известия РАН. Серия физическая.-2003.-Т. 67,-N 2.-С. 166-169