РАЗРАБОТКА УСТОЙЧИВЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ АЛГОРИТМОВ СИНТЕЗА СТОХАСТИЧЕСКИХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Кодиров Дилмурод Тутасинович
Phd, доцент.
Наманганский инженерно-технологический институт.
Узбекистан, г. Наманган.
Йулдошбоев Абдулхамид Абдураим угли
Сиоскатель.
Наманганский инженерно-технологический институт.
Узбекистан, г. Наманган.

Аннотация: *Приводятся алгоритмы позволяющие повышения эффективность процедуры восстановления неизвестных входных воздействий динамических объектов управления.*

Abstract: *Algorithms are presented that allow increasing the efficiency of the procedure for restoring unknown input effects of dynamic control objects.*

Ключевые Слова: *динамическая система, матрица, вектор состояния, оценивания, алгоритм.*

Keywords: *dynamic system, matrix, state vector, estimation, algorithm.*

Задачи восстановления входных сигналов и возмущений в динамических системах широко используется в теории управления, обработки сигналов и обратных задач [1]. Рассмотрим вопросы восстановления входных сигналов в динамических системах управления на основе теории наблюдателей и оптимальной динамической фильтрации.

Уравнения движения объекта и измерений запишем в следующем виде:

$$x_{k+1} = Fx_k + Gu_k + w_k, \quad z_k = Hx_k + v_k, \qquad (1)$$

где x_k – вектор состояния объекта размерностью $(n \times 1)$; u_k – вектор входных воздействий размерностью $(r \times 1)$; F – переходная матрица размерностью $(n \times n)$; G – матрица интенсивности входного сигнала $(n \times r)$; H – матрица измерения; w_k и v_k – белые шумы с нулевыми математическими ожиданиями и матрицами ковариаций Q_k и R_k соответственно.

Примем предположение о постоянстве управления на заданном промежутке времени, равном, как правило, интервалу дискретности модели. Для оценивания входного воздействия запишем уравнение состояния объекта без использования входного сигнала

$$x_{k+1} = Fx_k + w_k. \qquad (2)$$

Предположим, что в момент времени *k* характер движения объекта под воздействием входного сигнала начал изменяться. Тогда неизвестные входные воздействия на интервалах $[k,...,k+s]$ будут $u_i = k,...,k+s-1$. Обозначим апострофом оценки вектора состояния (2), полученные без учета входного воздействия. В этом случае прогнозируемый на *(i+1)* шаг вектор состояния определится в соответствии с уравнением

$$\hat{x}'_{i+1/i} = F[E - \Gamma_i H]\hat{x}'_{i/i-1} + F\Gamma_i z_i = \Phi_i \hat{x}'_{i/i-1} + F\Gamma_i z_i,\ i = k,...,k+s-1 \quad (3)$$

с начальными условиями $\hat{x}'_{k/k-1} = \hat{x}_{k/k-1}$, определяемыми как оценка вектора состояния перед началом изменения характера движения объекта. В (3) матрицы Γ и Φ формируются на основе известных алгоритмов синтеза калмановского предсказателя [2]. С учетом начальных условий выражение (3) можно привести к виду

$$\hat{x}'_{i+1/i} = \left[\prod_{j=k}^{i} \Phi_j\right]\hat{x}_{k/k-1} + \sum_{j=k}^{i}\left[\prod_{m=k}^{j-1}\Phi_m\right]F\Gamma_j z_j,\ i = k,...,k+s-1. \quad (4)$$

С известными входными воздействиями оценка вектора состояния принимает вид:

$$\hat{x}_{i+1/i} = \Phi_i \hat{x}_{i/i-1} + F\Gamma_i z_i + Gu_i = \left[\prod_{j=k}^{i}\Phi_j\right]\hat{x}_{k/k-1} + \sum_{j=k}^{i}\left[\prod_{m=k}^{j-1}\Phi_m\right][F\Gamma_j z_j + Gu_j]. \quad (5)$$

Тогда разность измеренных и прогнозируемых значений (5) вектора состояния для фильтров (4) и (5) определяется как $v_{i+1} = z_{i+1} - H\hat{x}_{i+1/i}$ и

$$v'_{i+1} = z_{i+1} - H\hat{x}'_{i+1/i}. \quad (6)$$

Считая входные воздействия постоянными на интервале $[k,...,k+s]$, т.е. $u_j = u,\ j = k,...,k+s-1$, получаем следующее уравнение: $v'_{i+1} = D_{i+1}u + v_{i+1}$, где

$$D_{i+1} = H\sum_{j=k}^{i}\left[\prod_{m=k}^{j-1}\Phi_m\right]G,\ i = k,..,k+s-1.$$

Из последнего уравнения следует, что входное воздействие можно оценить из соотношения

$$y = Du + e, \quad (7)$$

где

$$y = \begin{vmatrix} v'_{k+1} \\ v'_{k+s} \end{vmatrix} \text{ и } D = \begin{vmatrix} D_{k+1} \\ D_{k+s} \end{vmatrix}$$

представляют расширенный вектор «измерения», а e – вектор помех:

$$e = [v_{k+1} | \cdots | v_{k+s}]^T.$$

Для оценивания вектора входных воздействий с учетом характера их изменения дополним уравнение (7) уравнением динамики и запишем их в виде $u_{i+1} = u_i + \eta_i$, $y_i = D_i u_i + e_i,\ i \geq s$.

Будем предполагать известными следующие статистические характеристики

$$M\{\eta_i\}=0,\ M\{\eta_i\eta_j^T\}=Q_{\eta(ij)},\ \ M\{e_i\}=0,\ M\{e_ie_j^T\}=R_{e(ij)},$$

$$M\{u_0\}=\bar{u}_0,\quad M\{(u_0-\bar{u}_0)(u_0-\bar{u}_0)^T\}=M_0,$$

где M – знак математического ожидания.

Для решения рассматриваемой задачи будем применять метод наименьших взвешенных квадратов [3]. В условиях принятых предположений на основе методов теории динамической фильтрации можно написать

$$\hat{u}_i=(D_i^{0T}W_i^{-1}D_i^0)^{-1}D_i^{0T}W_i^{-1}y_i^0, \tag{8}$$

$$D_i^0=\begin{bmatrix}D_{i-1}^0\\ \hdashline D_i\end{bmatrix},\ D_0^0=\begin{bmatrix}I\\ \hdashline D_0\end{bmatrix},\qquad y_i^0=(y_{i-1}^{0T},y_i^T)^T,\ \ y_0^0=(\bar{u}_0^T,y_i^T)^T,$$

$$\eta_i^0=(e_{i-1}^{0T},e_i^T)^T,\ \ e_{i-1}^0=\eta_{i-1}^0-D_{i-1}^0\eta_{i-1},\ \eta_0^0=(\varepsilon_0^T,e_0^T)^T,\ \ \varepsilon_0=\bar{u}_0-u_0,\ M\{\eta_i^0\}=0,\ M\{\eta_i^0,\eta_i^{0T}\}=W_i,$$

$$W_i=\left[\begin{array}{c:c}k(e_{i-1}^0,e_{i-1}^0) & k(e_{i-1}^0,e_i)\\ \hdashline k^T(e_{i-1}^0,e_i) & k(e_i,e_i)\end{array}\right],\ \ k(\xi_i,\zeta_i)\overset{\Delta}{=}M\{(\xi_i-\bar{\xi}_i)(\zeta_i-\bar{\zeta}_i)^T\},$$
$$\bar{\xi}_i=M\{\xi_i\},\ \bar{\zeta}_i=M\{\zeta_i\}.$$

Оценка (8) не всегда существует. Для ее справедливости необходимо, чтобы а) существовала матрица W_i^{-1}, б) существовала матрица $(D_i^{0T}W_i^{-1}D_i^0)^{-1}$. В случае, когда имеет место а), а б) не выполняется, обобщением (8) является

$$u_i=(D_i^{0T}W_i^{-1}D_i^0)^{+}D_i^{0T}W_i^{-1}y_i^0, \tag{9}$$

где «+» – индекс псевдообращения. Однако (9) дает в общем случае уже смещенную оценку.

Для существования W_i^{-1} по крайней мере необходимо, чтобы матрицы $R_{e(ii)}$ были невырожденны. Тогда, следуя [4] можно показать, что оптимальная оценка $\tilde{u}_{i+1}$ определяется по формуле

$$\tilde{u}_{i+1}=\bar{u}_{i+1}+K_{i+1}(y_{i+1}-D_{i+1}\bar{u}_{i+1}),\ \bar{u}_{i+1}=\hat{u}_i+\hat{\eta}_i,$$

где

$$K_{i+1}=\Sigma_{i+1}^{(1)}\left(\Sigma_{i+1}^{(2)}\right)^{-1},\ \Sigma_{i+1}^{(1)}=M_{i+1}D_{i+1}-N_{i+1},\ M_{i+1}=p_i+Q_{\eta(i)},$$

$$\Sigma_{i+1}^{(2)}=D_{i+1}M_{i+1}D_{i+1}^T+R_{e(i+1,i+1)}-D_{i+1}N_{i+1}-\left(D_{i+1}N_{i+1}\right)^T,$$

$$N_{i+1}=E\{(\bar{u}_{i+1}-u_{i+1}^T)e_{i+1}^T\},\ p_{i+1}=E\{(u_{i+1}-\tilde{u}_{i+1})(u_{i+1}-\bar{u}_{i+1})^T\}=M_{i+1}-K_{i+1}\Sigma_{i+1}^{T(1)},$$

u_i вычисляется по (8), $p_i=(D_i^{0T}W_i^{-1}D_i^0)^{-1}$.

Когда снимается требование положительной определенности $R_{e(ii)}$, то естественным образом приходится допускать вырожденность W_i. При вырожденной матрице W_{i+1} оценку $\tilde{u}_{i+1}$ можно определить по формуле

$$\tilde{u}_{i+1}=T_{i+1}^{(1)}\hat{u}_i+T_{i+1}^{(2)}y_{i+1}, \tag{10}$$

где

$$T_{i+1}=\left[T_{i+1}^{(1)}\ \vdots\ T_{i+1}^{(2)}\right], \tag{11}$$

при этом T_{i+1} вычисляется по формуле

$$T_{i+1}=[I-M_{i+1}D_{i,2}^T(D_{i,2}M_{i+1}D_{i,2})^{-1}D_{i,2}]\tilde{u}+M_{i+1}D_{i,2}^T(D_{i,2}M_{i+1}D_{i,2})^{-1}\mu_{i,2}^T,$$

$D_{i,2} = \mu_{i,2}^{T} D_i$,

а $T_{i+1}^{(1)}$ и $T_{i+1}^{(2)}$ получаются согласно (11); здесь $\mu_{i,2}$ состоит из p столбцов матрицы μ_i, имеющих номера $j_1, j_2, ..., j_{p_i}$, т.е. те номера, на которых стоят отличные от нуля диагональные элементы; μ_i – ортогональная матрица, приводящая W_i к диагональному виду с первыми p_i диагональными элементами [5], отличными от нуля; p_i – ранг матрицы W_i.

Приведенные алгоритмы позволяют повысить эффективность процедуры восстановления неизвестных входных воздействий динамических объектов управления и обеспечивают сходимость этих оценок к истинным значениям.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУР:

1. Бимбиреков Б. Л. Кинематическое наблюдающее устройство // АиТ., 1981, №10. –С.12–17.

2. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. – М.: Наука, 1977.

3. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. / Под ред. К.Т.Леондеса. Пер. с англ., - М.: Мир, 1980. - 407 с.

4. Балакришнан А. Теория фильтрации Калмана. Пер. с англ. –М.: Мир, 1988.

5. Кодиров Д.Т., Кодирова Ф.М. Алгоритмы совместного оценивания вектора состояния и параметров динамических систем. // Universum: технические науки: электронный научный журнал. 2021. № 7 (88). URL: *https://universum.com/ru/tech/archive/item/12091*.