UCHBURCHAKNING ASOSIY ELEMENTLARI BALANDLIK, MEDIANA VA BISSEKTRISASI

Oʻzbekiston-Finlandiya pedagogika instituti
Matematika va Informatika yoʻnalishi 207-guruh talabasi
Abdullayeva Dilnoza Mahmarejab qizi

Annotatsiya: *Ushbu maqolada uchburchakning asosiy xossalari va elementlari haqida maʼlumot berilgan. Ayniqsa uchburchakka oid masala va misollarni yechishda mediana, balandlik va bissektrisa xossalaridan keng foydalaniladi. Shuningdek, uchburchak turlari, burchaklari va xossalari keltirilib oʻtilgan.*

Kalit soʻzlar: *uchburchak, toʻgʻri chiziq, nuqta, kesma, burchak, mediana, bissektrisa, balandlik, isbot, teorema.*

Uchburchak-koʻpburchak boʻlib, u tomonlar deb ataladigan uchta segmentdan va tomonlar kesishadigan uch nuqtadan iborat boʻlib, ular choʻqqilar deb ataladi. Uchburchakda uning tomonlari oʻrtasida hosil boʻladigan uchta ichki burchak mavjud.

UCHBURCHAKNING ASOSIY ELEMENTLARI:

1. Tomonlar
2. Uchburchakning har qanday ikki tomoning uzunliklarining yigʻindisi har doim uchinchi tomonining uzunligidan katta boʻladi. Bu uchburchak tengsizlik teoremasi deb nomlanadi.
3. Toʻgʻri burchakli uchburchakda uchburchakning eng uzun tomoni “gipotenuza” deb ataladi.
4. Teng tomonli uchburchakda uch tomonining uzuznligi oʻzaro teng boʻladi.
5. Teng yon tomonli uchburchakda ikki tomoning uzunligi oʻzaro teng.
6. Burchaklar:
7. Uchburchakdagi uchta ichki burchakning yigʻindisi har doim 180 gradusga teng.
8. Toʻgʻri burchakli uchburchakda bitta burchak toʻgʻri burchakdir va u 90 gradusga teng.
9. Teng tomonli uchburchakda uchchala burchak oʻzaro teng va ularning har biri 60 gradusga teng.
10. Teng yon burchakli uchburchakda ikkita asosiy burchak (teng tomonlarga qarama-qarshi) tengdir.
11. Medianalar:
12. Uchburchakning bir uchidan chiqqan mediana uni maydonlari teng boʻlgan ikkita kichikroq uchburchakka ajratadi.
13. Uchburchakning medianalari markaz deb nomlangan nuqtada kesishadi va bu nuqta uchburchakning ogʻirlik markazi deb nomlanadi.
14. Markaz har bir medianani ikkita segmentga ajratadi, bunda har bir mediana uchburchak uchidan boshlab hisoblaganda 2:1 nisbatga boʻlinadi.

15. Bissektrisalar:

16. Uchburchakning burchak bissektrisalari markaz deb nomlangan nuqtada kesishadi.

17. Markaz uchburchaking uch tomonidan teng masofada joylashgan.

18. Burchak bissektrisalari qarama-qarshi tomonlarni qoʻshni tomonlarga proporsional boʻlgan segmentlarga ajratadi.

19. Balandliklar:

20. Uchburchakning balandligi-bu uchburchak uchidan qarama-qarshi tomonga yoki uning kengaytmasiga perpendikulyar masofa.

21. Uchburchakning uchta balandligi ortomarkaz deb ataladigan nuqtada kesishadi.

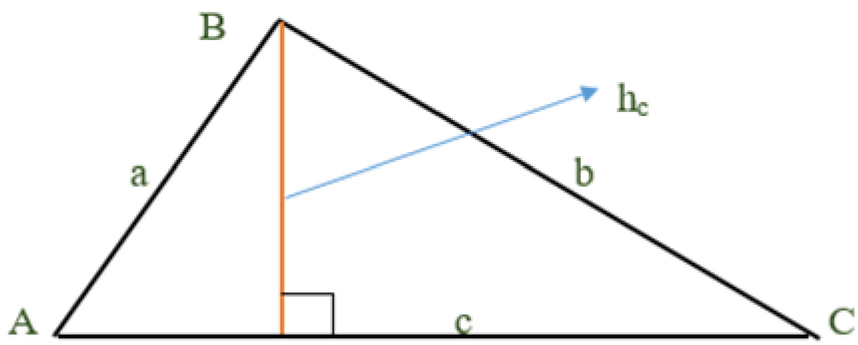
22. Uchburchak turiga qarab ortomarkaz uchburchak ichida, tashqarisida yoki uning ustida boʻlishi mumkin.

23. Ilovalar: Uchburchaklar geometriya arxitektura, muhandislik va fizika kabi turli sohalarda keng qoʻllaniladi. Ular asosiy shakllar boʻlib, koʻplab matematik tushunchalar va hisob-kitoblarda hal qiluvchi asosiy rol oʻynaydi.

Ushbu asosiy elementlarni tushunish uchburchak geometriyasi, trigonometriya va boshqa matematik ilovalar bilan bogʻliq muammolarni hal qilishda yordam beradi.

Endi esa yuqoridagi taʼriflarga qisqacha izoh berib oʻtamiz.

Uchburchakning balandligi- bu uchburchakning uchidan qarama-qarshi tomoniga chizilgan perpendikulyar chiziq kesmadir. U uchburchakning turlariga qarab uchburchak ichida yoki tashqarisida yotishi mumkin. Bundan tashqari, uchburchakning balandligi asosi bilan toʻgʻri burchak hosil qiladi. Shuningdek, oʻtkir burchakli uchburchakda balandlik ikkita toʻgʻri burchakli uchburchak hosil qiladi



Bu yerda tomonlari a, b va c boʻlgan uchburchak va toʻgʻri burchakli uchburchak mavjud.

Uchburchakning balandligidan qanday foydalanish kerak? Balandlikning asosiy qoʻllanilishi shundan iboratki, u uchburchakning yuzini hisoblash uchun ishlatiladi, yaʼni uchburchakning yuzi S=(a·h_a)/2 ga teng. Endi uchburchakning asosini uning yuzi va balandligidan foydalanib ham topish mumkin.

Uchburchak balandligining turli xossalari mavjud.

Har bir uchburchakning ha hb va hc balandliklari bir nuqtada kesishadi.

Uchburchakning bitta balandligi tugaydigan tomoniga asos deyiladi.

Uchburchakning uchta tomoni boʻlganidek uni uchta balandligi bor.

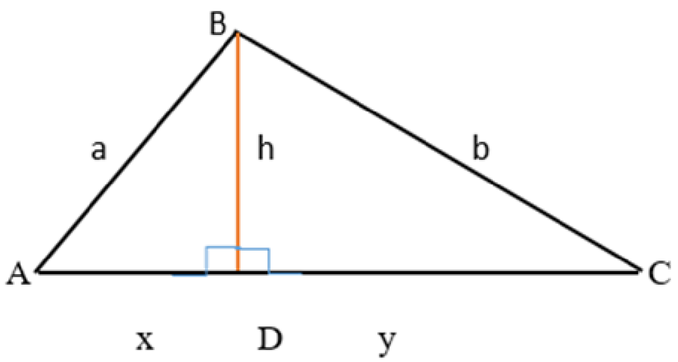
Uchburchakning balandliklari bitta nuqtada kesishadi.

Uchburchakning balandliklari har doim ham uchburchakning ichida kesishmaydi, kesishgan nuqtasi tashqarida boʻlishi mumkin.

Oʻtkir burchakli uchburchakda balandliklar kesishgan nuqta uchburchakning ichida boʻladi.

Oʻtmas burchakli uchburchakda balandliklar kesishgan nuqta uchburchak tashqarisida boʻladi.

ABC uchburchak berilgan boʻlsin.



Berilgan ABC uchburchakda BD balandlik ABC uchburchakni ikkita toʻgʻri burchakli uchburchakka ajratyapti. x va y kesmalarning yigʻindisini c kesma deb belgilaymiz. Endi ikkita toʻgʻri burchakli uchburchaklar uchun Pifagor teoremasini qoʻllab ikki nomaʼlum x va y orasidagi munosabatni aniqlaymiz.

$$h^2 + x^2 = a^2 \quad h^2 + y^2 = b^2$$

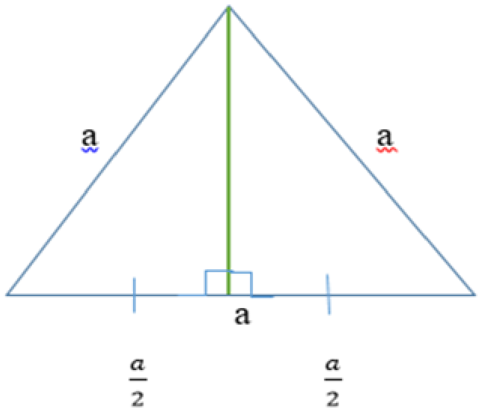
Birinchi tenglikdan ikkinchisini ayirib x va y ga oid ifoda hosil qilamiz.

$$x^2 - y^2 = a^2 - b^2$$

Endi quyidagi xossani keltrib chiqaramiz. Ixtiyoriy uchburchakda balandlik ajratgan kesmalar kvadratlarining ayirmasi yon tomon kvadratlarining ayirmasiga teng boʻladi.

Endi quyidagi xossani keltrib chiqaramiz. Ixtiyoriy uchburchakda balandlik ajratgan kesmalar kvadratlarining ayirmasi yon tomon kvadratlarining ayirmasiga teng boʻladi.

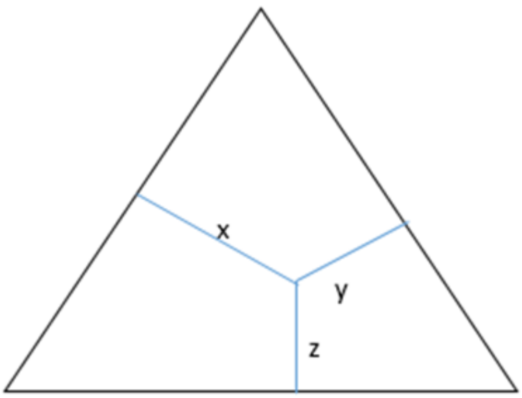
• Muntazam uchburchak berilgan boʻlsin.



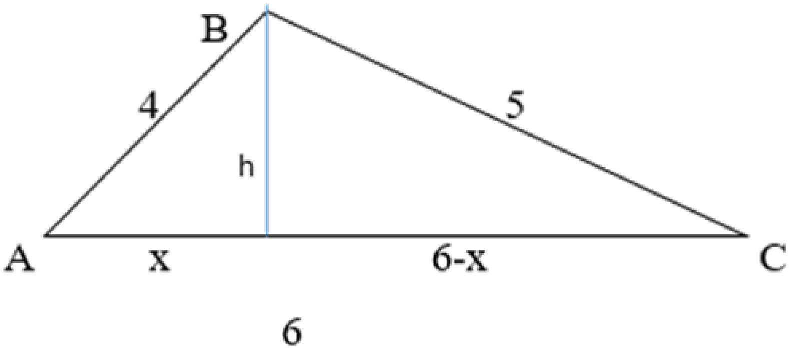
Muntazam uchburchakda tushurilgan balandlik asosni teng ikkiga bo‘ladi, shuningdek uchidagi burchagini ham teng ikkiga bo‘ladi. Xulosa qilib aytish kerakki, muntazam uchburchakda ixtiyoriy uchida tomonlariga perpendikulyar tushurilgan kesma balandlik, median ava bissektrisa bo‘ladi.

Muntazam uchburchak berilgan bo‘lsin. Uchburchaak ichidagi ixtiyoriy nuqtadan tomonlariga o‘tkazilgan perpendikulyarlar yig‘indisi balandlikka teng bo‘ladi. Tomonlariga o‘tkazilgan balandliklarni x y va z deb belgilasak u holda x+y+z=h

Bu yerda h uchburchakning uchlaridan tushurilgan ixtiyoriy h.



Misol: Ixtiyoriy ABC uchburchak berilgan bo‘lib uning tomonlari 4, 5 va 6 dan iborat. Uning katta asosiga h balandlik tushirilgan bo‘lsa, balandlik ajratgan kesmalarni toping.



Bu misolni yuqoridagi xossadan foydalanib yechim qilamiz. Balandlik ajratgan mos kesmalar kvadratlarining ayirmasi shu kesmalarga qo‘shni bo‘lgan mos yon tomonlarining kvadratlari ayirmasiga teng. Demak,

$$x^2-(6-x)^2=4^2-5^2$$

$$x^2-36+12x-x^2=16-25$$

$$12x=27 \quad x=2\frac{1}{4}$$

$$1)\ x=2\frac{1}{4} \qquad 2)\ 6-x=6-\frac{9}{4}=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$$

Uchburchakning bissektrisasi.

Uchburchakning bissektrisasi uchburchakning bir burchagini ikkita teng burchakka ajratuvchi chiziqdir. U burchakning tepasidan boshlanadi va qarama-qarshi tomonga yoki qarama-qarshi tomonning kengaytmasiga choʻziladi. Bissektrisalarning kesishish nuqtasi uchburchakning markazi deyiladi. Markaz uchburchakning barcha uch tomonidan teng masofada joylashgan.

Burchak bissektrisasi teoremasi: Burchak bissektrisasi teoremasida aytilishicha, uchburchakning burchak bissektrisasi teoremasida aytilishicha, uchburchakning burchak bissektrisasi qarama-qarshi tomonni boshqa ikki tomonning uzunligiga proporsional boʻlgan segmentlarga boʻladi. Matematik jihatdan, agar ABC uchburchakdagi A burchak bissektrisasi BC tomonini D nuqtada kesib oʻtsa, u holda

BD/DC=AB/AC

boʻladi.

Markaz va inradius:

Uchburchakning markazi bu uchta burchak bissektrisasining kesishgan nuqtasidir. Shuningdek, u uchburchakning barcha uch tomoniga tegib turgan inradius deb nomlanuvchi chizilgan doiraning markazidir.

Inradius: uchburchakning inradiusi uchburchak ichiga chizilgan va uch tomoniga tegib turgan aylananing radiusi. Bu aylananing markazi burchak burchak bissektrisalarining tutashgan nuqtasi boʻlib, markaz deyiladi. Inradius – bu uchburchakning markazidan tomonlarigacha boʻlgan masofa. Inradiusni quyidagicha topish mumkin:

R_i=S/(p/2)

Burchak bissektrisasining xossalari: Teng yonli uchburchakning burchak bissektrisasi ham uning balandligi va medianasidir. Masshtabli uchburchakda burchak bissektrisasi qarama-qarshi tomonni turli uzunlikdagi ikkita segmentga ajratadi.

Uchburchakning bissektrisasi geometriyadagi asosiy tushuncha boʻlib, trigonometriyada, koordinata geometriyasida va geometrik isbotlarda turli qoʻllanishlarga ega.

Mediana

Ta’rif: Uchburchakning medianasi- bu uchburchakning choʻqqisini qarama-qarshi tomonning oʻrtasi bilan bogʻlaydigan chiziq segmenti.

Xususiyatlar:

Har bir uchburchakda uchta mediana bor, har bir uchidan bittadan.

Uchburchakning medianalari markaz deb ataladigan nuqtada kesishadi.

Tsentroid medianalarining mos keladigan nuqtasidir.

Tsentroid har bir medianani ikkita segmentga ajratadi. Markazni cho‘qqi bilan bog‘laydigan segment markazni qarama-qarshi tomonning o‘rta nuqtasiga bog‘laydigan segmentdan ikki baravar uzun.

Markaz uchburchakning og‘irlik markazi sifatida ham tanilgan.

Muhimligi:

Uchburchakning medianalari turli geometrik va matematik tushunchalarda muhim ahamiyatga ega.

Uchburchakning medianalari uchburchak ichida kesishadi va uchburchak uchidan boshlab hisoblaganda 2:1 nisbatda bo‘linadi.

Medianalarning mos keladigan nuqtasi bo‘lgan markaz va uchburchaklar bilan bog‘liq xususiyatlar va hisob-kitoblarda muhim rol o‘ynaydi.

Hisoblash: Mediana uzunligini topish uchun quyidagi formuladan foydalanish mumkin:

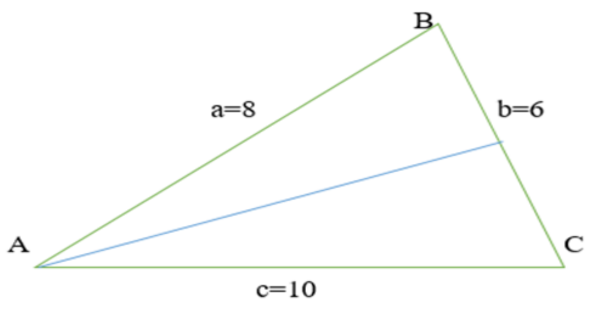
$$m_a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}$$

$$m_b = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2(c^2 + a^2) - b^2} \qquad m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2 + b^2) - c^2}$$

Bu yerda m_(a) m_b m_c mos tomonlarga tushirilgan medianalar uzunligi.

Misol.Tomonlarining uzunligi AB=8, BC=6 va AC=10 bo‘lgan ABC uchburchak berilgan bo‘lsin. A uchidan BC tomonning o‘rta nuqtasigacha bo‘lgan mediana uzunligini toping.

Bu misolni yechishda mediana formulasidan foydalanamiz: a=8, b=6 c=10,



$$m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2 + c^2) - b^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2(64 + 100) - 36} = \sqrt{73}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. “Geometriya: keng qamrovli kurs” Den Peode.
2. “Elementlar” (geometriya boʻyicha klassik asar) Evklid
3. “Matematik olimpiadalarda Evklid geometriyasi” Evan Chen.
4. “Planimetriyadan hisoblashga va isbotlashga doir tanlangan masalalar” Obid Karimiy “Oʻqituvchi” nashriyoti. Toshkent-1965y.