TRIEDRLARNING AJOYIB TO'G'RI CHIZIQLARI VA TEKISLIKLARI

To'raxonov Islombek Farhodovich
Urganch davlat universiteti, Urganch shahar

Annotatsiya. *Mazkur maqolada ko'p uchraydigan eng katta va eng kichkina qiymatlarga oid ba'zi ma`lumotlar. Bular orqali o'quvchi planametryada shakillarni tassavur qilish ular haqida konikma hosil qilsh uchun ishlatiladi*

Kalit so'zlar: *mediana tekisligi , doiraviy konusning o , ichki va tashqi chizilgan konus o'qlar, Burchak, tengsizlik, isbot, kosinuslar teoremas , bissektrisa, burchak.sinuslar teoremas,og`rlik markazi, burchak.*

Ma'lumki, ko'plab tekislikdagi geometrik shakllarga oid masalalarni yechish jarayonida berilgan geometrik shaklni uchburchaklarga ajratib, uchburchak elementlaridan foydalanamiz. Uchburchaklarda eng katta va eng kichik qiymatlarga oid masalalar asosan geometrik tengsizliklardan yoki funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlarini topishdan yoki bitta nuqtadan tushirilgan perpendikulyar va og'madan yoki uchburchakning mavjud bo'lishlik tengsizligidan yoki uchburchaklarning o'tkir burchaklilik shartidan yoki o'tmas burchakli bo'lish shartidan foydalanib yechiladi. Uchburchaklarga oid tengsizliklarni isbotlashda shuningdek, balandlik, mediana va bissektrisalar orasidagi munosabatlarni ifodalovchi tengsizlikdan bir nechta musbat kattaliklar o'rta arifmetigi haqidagi teoremalardan foydalangan holda har xil turdagi masalalar yechib ko'rsatiladi.

Hayotiy ehtiyojlardan kelib chiqib, ayrim masalalarga to'rtburchak va uni tashkil qiluvchi elementlarning eng katta va eng kichik qiymatlarga oid masalalarni uchratamiz. Tekislikning ma'lum maydonidan eng katta va eng kichik yuzaga ega bo'lgan to'rtburchak ajratib olish yoki ma'lum uzunlikdan foydalanib eng katta yoki eng kichik perimetrli qavariq to'rtburchak yasash masalalasi, shuningdek qavariq to'rtburchak geometrik shaklni boshqa geometrik shaklga joylashtirish uchun uning elementlari kattaliklarining eng katta va eng kichik qiymatlari qanday bo'lishi kerakligiga oid va boshqa masalalardir. Bunda to'rtburchaklarning dioganallari va tomonlari orasidagi munosabatlar, burchaklari va tomonlari hamda diagonallari orasidagi burchaklarning munosabatlarini ifodalovchi tengsizliklardan foydalaniladi.

Aksariyat hollarda ko'pburchaklarga oid masalalarga biz aylana elementlari bilan bog'liq eng katta va eng kichik qiymatlarga oid masalalarga duch kelamiz.

Eng katta va eng kichik qiymatlarga oid masalalar geometrik tengsizliklar bilan chambarchas bog'liq, geometrik tengsizliklarni isbotlashga esa bevosita algebraik tengsizliklarning xossalaridan foydalanamiz. Aylanadagi eng katta va eng kichik qiymatlarga oid masalalarga, aylanalarning o'zaro vaziyatlarini, markazlari orasidagi masofalar va radiuslar yig'indisini taqqoslovchi, nuqtadan aylanagacha bo'lgan eng qisqa va eng uzoq masofalarni ifodalovchi munosabatlardan, aylana markazidan kesuvchigacha bo'lgan masofani taqqoslovchi munosabatlardan foydalaniladi. Mazkur qo'llanmada aylana va doirada eng katta va eng kichik qiymatlarga oid bir nechta masalalar yechimlari va ba'zilariga tegishli chizmalar keltirilgan.

Stereometriyaga oid eng katta va eng kichik qiymatlar. Planimetriya masalalari kabi stereometriyadan ham eng katta, eng kichik, maksimum va minimum qiymatlarga oid masalalar muhim tadbiqiy ahamiyatga egadir.

Stereometriyadan ayrim eng katta va eng kichik qiymatlarga oid masalalar tengsizliklarning xossalaridagi va trigonometrik funksiyalarning xossalaridan foydalanib yechiladi. Ko'pchilik hollarda biror o'zgaruvchi kiritilib, analitik usulda yechiladi, ya'ni funksiya tuzilib argumentning o'zgarish chegaralari aniqlanadi. Hosil qilingan funksiya elementar usulda yoki hosila yordamida tekshiriladi.

Musbat sonlar ko'paytmasi va yig'indisining ekstremumlarini topishga olib keladigan masalalar stereometriyada ham uchraydi. Koshi tengsizligida $a_1 + a_2 + ... + a_n \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 ... a_n}$ tenglik $a_1 = a_2 = a_3 = ... = a_n$ bo'lganda bajarilishidan quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin.

Agar $n-$ta musbat sonning yig'indisi o'zgarmas bo'lsa, ularning yig'indisi bu sonlar o'zaro teng bo'lganda eng kichik bo'ladi.

PLANIMETRIYADAGI BA'ZI TENGSIZLIKLARGA DOIR MASALALAR

1.4.1-misol. To'g'ri burchakli uchburchak uchun $c < a+b \leq c\sqrt{2}$ tengsizlikni isbotlang. Bunda a, b - katetlar, c-gipotenuza.

Yechish: $a+b > c$ tengsizlik ixtiyoriy uchburchakda o'rinli. $a+b \leq c\sqrt{2}$ ni isbotlaymiz. Uchburchak o'tkir burchagini α orqali belgilaymiz. U holda $a = c\sin\alpha$, $b = c\cos\alpha$ bo'lib, $a+b = c(\sin\alpha + \cos\alpha) = c\sqrt{2}\sin(\alpha + 45^0)$ kelib chiqadi. $\sin(\alpha + 45^0)$ning eng katta qiymati 1 ga teng bo'lgani uchun $a+b \leq c\sqrt{2}$ ga ega bo'lamiz.

$a+b \leq c\sqrt{2}$ tengsizlikni boshqacha ham isbotlash mumkin. *h*-gipotenuzaga tushirilgan balandlik bo'lsin. $a^2 + b^2 = c^2$ pifagor teoremasi o'rinli. $4S = 2ab = 2ch.$ Bulardan $(a+b)^2 = c^2 + 2ch.$ Ammo $h \leq \frac{c}{2}$, u holda $(a+b)^2 \leq 2c^2$. Bundan $a+b \leq c\sqrt{2}$.

1.4.2-masala. Ixtiyoriy uchburchak uchun $S > 2\sqrt{Rr^3}$ tengsizlik o'rinli bo'lishini isbotlang. S –uchburchak yuzi, R-tashqi, r-ichki chizilgan aylana radiuslari.

Yechish: 1-usul. Ravshanki, $h_a > 2r, h_b > 2r, h_c > 2r.$ Bu tengsizliklarni $2R$ ga ko'paytiramiz. $2Rh_a > 4Rr, 2Rh_b > 4Rr, 2Rh_c > 4Rr.$ Ma'lumki, $\frac{abc}{4S} = R,$ yoki $\frac{abc}{4ah_a} = R.$

Bundan $bc = 2Rh_a$. Xuddi shunday $ac = 2Rh_b$ va $ab = 2Rh_c$. U holda $bc > 4Rr, ac > 4Rr, ab > 4Rr.$ Bu uchta tengsizlikdan $\frac{abc}{4R} > 2\sqrt{Rr^3}$ ni hosil qilamiz. $\frac{abc}{4R} = S$ ekanligidan $S > 2\sqrt{Rr^3}$.

2-usul: $R=\dfrac{abc}{4S}$ va $r=\dfrac{2S}{a+b+c}$ lardan $S>2\sqrt{\dfrac{abc}{4S}\cdot\dfrac{8S^3}{(a+b+c)^3}}$ yoki $(a+b+c)^3>8abc$, yoki $a+b+c>2\sqrt[3]{abc}$ yoki $\dfrac{a+b+c}{3}>\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{abc}$. $\dfrac{a+b+c}{3}>\sqrt[3]{abc}$ dan foydalanamiz. U holda $\dfrac{a+b+c}{3}>\sqrt[3]{abc}>\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{abc}$, ya'ni $\dfrac{a+b+c}{3}>\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{abc}$.

1.4.3-masala. Ixtiyoriy uchburchakda $p^2\geq 27r^2$ munosabat oʻrinli ekanini isbotlang. p -yarim peremetr, r -ichki chizilgan aylana radiusi.

Yechish: Ma'lumki, musbat sonlarning oʻrta arifmetigi, ularning oʻrta geometrigidan kichik emas. Shunga asosan $\dfrac{(p-a)+(p-b)+(p-c)}{3}\geq\sqrt[3]{(p-a)(p-b)(p-c)}$ yoki $\dfrac{3p-(a+b+c)}{3}\geq\sqrt[3]{\dfrac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$ tengsizliklar oʻrinli. Uchburchak yuzi $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=pr$ ga teng boʻlgani uchun $\dfrac{3p-2p}{3}\geq\sqrt[3]{\dfrac{S^2}{p}}=\sqrt[3]{\dfrac{p^2r^2}{p}}=\sqrt[3]{pr^2}$ yoki $\dfrac{p}{3}\geq\sqrt[3]{pr^2}$ yoki $\dfrac{p^3}{27}\geq pr^2$ boʻlib, bundan $p^2\geq 27r^2$ kelib chiqadi.

1.4.4-masala. Toʻgʻri burchakli uchburchak uchun $R+r\geq\sqrt{2S}$ tengsizlik oʻrinli ekanligini isbotlang, bunda R -tashqi chizilgan, r -ichki chizilgan aylana radiusi, S -yuzi.

Yechish: Toʻgʻri burchakli uchburchakda $R=\dfrac{c}{2}$ va $r=\dfrac{S}{p}$. Bunda *c*-gipotenuza, *p*-yarim peremetr. U holda $R+r=\dfrac{c}{2}+\dfrac{S}{p}=\dfrac{c}{2}+\dfrac{ab}{a+b+c}$, bunda a va b lar katetlar.

$$R+r=\frac{ac+bc+c^2+2ab}{2(a+b+c)}=\frac{c(a+b)+(a+b)^2}{2(a+b+c)}=\frac{(a+b)(a+b+c)}{2(a+b+c)}=\frac{a+b}{2}.$$

Oʻrta arifmetik va oʻrta geometrik orasidagi munosabatga koʻra $\dfrac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}=\sqrt{2S}$. Bundan $R+r\geq\sqrt{2S}$. Tenglik uchburchak teng yonli boʻlganda bajariladi.

1.4.5-masala. Agar a,b,c – uchburchak tomonlari, S – yuza boʻyicha quyidagi tengsizlik $2(ab+bc+ac)\geq 4S\sqrt{3}+a^2+b^2+c^2$ oʻrinli ekanini isbotlang.

Yechish: $p-a>0,\quad p-b>0,\quad p-c>0\quad (p=\dfrac{a+b+c}{2})$ ekanligidan va $xy+yz+zx\geq\sqrt{3xyz(x+y+z)}\quad (x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0)$ tengsizlikka koʻra:

$(p-a)(p-b)+(p-b)(p-c)+(p-c)(p-a)\geq\sqrt{3(p-a)(p-b)(p-c)}$ yoki $3p^2-2p(a+b+c)+ab+ac+bc\geq\sqrt{3p(p-a)(p-b)(p-c)}$ tengsizliklar oʻrinli. Bundan

$ab+ac+bc \geq S\sqrt{3}+p^2$, ya'ni $4(ab+ac+bc) \geq 4S\sqrt{3}+4p^2$. Shakl almashtirishlardan keyin quyidagi tengsizlikka ega boʻlamiz.

$2(ab+ac+bc) \geq 4S\sqrt{3}+a^2+b^2+c^2$.

Muntazam uchburchak boʻlgan holda tenglik bajariladi.

1.4.6-masala. $\frac{1}{p-a}+\frac{1}{p-b}+\frac{1}{p-c} \geq 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ tengsizlikni isbotlang.

Yechish: Dastlab $m>0, n>0$ sonlar uchun $\frac{1}{m}+\frac{1}{n} \geq \frac{4}{m+n}$ tengsizlik oʻrinli ekanligini isbotlaymiz. Haqiqatan, $(m-n)^2 \geq 0$ yoki $m^2-2mn+n^2 \geq 0, m^2+2mn+n^2-4mn \geq 0, (m+n)^2-4mn \geq 0, (m+n)^2 \geq 4mn$.

$\frac{m+n}{mn} \geq \frac{4}{m+n}, \frac{1}{m}+\frac{1}{n} \geq \frac{4}{m+n}$. Bu tengsizlikka asosan, $\frac{1}{p-a}+\frac{1}{p-b} \geq \frac{4}{(p-a)+(p-b)}=$ $=\frac{4}{2p-a-b}=\frac{4}{c}, \frac{1}{p-b}+\frac{1}{p-c} \geq \frac{4}{2p-b-c}=\frac{4}{a}, \frac{1}{p-a}+\frac{1}{p-c} \geq \frac{4}{2p-a-c}=\frac{4}{b}$ yuqoridagi tengsizliklarni hadlab qoʻshamiz va quyidagi tengsizliklarga ega boʻlamiz:

$\frac{2}{p-a}+\frac{2}{p-b}+\frac{2}{p-c} \geq \frac{4}{a}+\frac{4}{b}+\frac{4}{c}$ yoki $\frac{1}{p-a}+\frac{1}{p-b}+\frac{1}{p-c} \geq 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ isbotlandi.

1.4.7-masala. Agar Agar $a,b,c-$ uchburchak tomonlari, p-yarim perimetr boʻlsa quyidagi tengsizlikni isbotlang. $p\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}\right) \geq \frac{9}{4}$

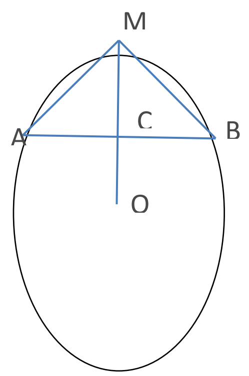
Yechish: Koshi tengsizligiga asosan $(a+b)+(a+c)+(b+c) \geq 3\sqrt[3]{(a+b)(a+c)(b+c)}$ ga ega boʻlamiz. Bundan $a+b+c \geq \frac{3}{2}\sqrt[3]{(a+b)(a+c)(b+c)}$ (1)

kelib chiqadi. Shuningdek,

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}=\frac{1}{(a+b)(b+c)(a+c)}\left((a+b)(a+c)+(a+b)(b+c)+(b+c)(a+c)\right) \geq$$

$$\geq \frac{3}{(a+b)(b+c)(a+c)}\sqrt[3]{(a+b)^2(b+c)^2(a+c)^2} \quad (2)$$

(1) va (2) tengsizliklarni hadma-had koʻpaytiramiz:



1.4.8-rasm

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}\right)\geq\frac{3}{2}\sqrt[3]{(a+b)(a+c)(b+c)}\cdot\frac{3}{(a+b)(a+c)(b+c)}\cdot\sqrt[3]{(a+b)^2(b+c)^2(a+c)^2}=\frac{9}{2}$$

Oxirgi tengsizlikning ikkala tomonini ikkiga bo‘lamiz va quyidagi tengsizlikni hosil qilamiz: $\frac{a+b+c}{2}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}\right)\geq\frac{9}{4}$, yoki $p\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}\right)\geq\frac{9}{4}$. Isbotlandi.

1.4.8-masala. $a_{2n}<\frac{2}{3}a_n$ tengsizlikni isbotlang. Bunda a_n - muntazam n-burchakning, a_{2n} - muntazam $2n$ - burchakning tomonlari bo‘lib, bu ko‘pburchaklar bitta aylanaga ichki chizilgan.

Yechish: $AB=a_n$, $AM=a_{2n}$ bo‘lsin. $C-AB$ ning o‘rtasi. *AMB* yoy kattaligi $\frac{180^0}{n}$ ga teng. U holda $AM=a_{2n}=\frac{AC}{cos(\angle MAB)}=\frac{AB}{2cos(\angle MAB)}=\frac{a_{2n}}{2cos(\angle MAB)}$. Demak, $a_{2n}=\frac{a_{2n}}{2cos(\angle MAB)}$.

$n\geq3$ bo‘lgani uchun $a_{2n}\leq\frac{a_{2n}}{2cos30^0}=\frac{a_{2n}}{\sqrt{3}}$.

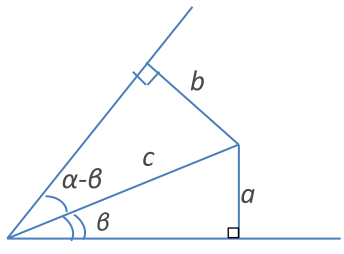
$\frac{1}{\sqrt{3}}<\frac{2}{3}$ ekanligidan $a_{2n}<\frac{2}{3}a_n$ tengsizlik o‘rinli.

1.4.9-masala. α o‘tkir burchak ichida olingan nuqtadan burchak tomonlarigacha masofalar a va b burchak uchigacha masofa c bo‘lsa $\sin\frac{\alpha}{2}\geq\frac{a+b}{2c}$ tengsizlikni isbotlang.

Yechish: c kesma burchak tomonlari bilan β va $\alpha-\beta$ burchaklar hosil qilsin. U holda $a=c\sin\beta, b=c\sin(\alpha-\beta)$. Demak,

$$a+b=c\left(\sin\beta+\sin(\alpha-\beta)\right)=2c\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\beta\right).$$

$\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\beta\right)\leq1$ ekanligidan $a+b\leq2c\sin\frac{\alpha}{2}$ bo‘lib, bundan $\sin\frac{\alpha}{2}\leq\frac{a+b}{2c}$ kelib chiqadi.



1.4.9-rasm

1.4.10-masala. Agar ABC uchburchakning a,b tomonlari va h_c balandligi $\frac{1}{h_c}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ munosabat bilan bog'langan bo'lsa, $\angle C\le 120^0$ ekanligini isbotlang.

YYechish: $\frac{1}{h_c}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ tenglikning ikkala tomonini $2S$ (S - uchburchak yuzi)ga ko'paytiramiz va quyidagilarga ega bo'lamiz: $\frac{2S}{h_c}=\frac{2S}{a}+\frac{2S}{b}$.

$c=\frac{2S}{h_c}$, $h_a=\frac{2S}{a}$, $h_b=\frac{2S}{b}$ ekanligidan $c=h_a+h_b$ tenglik o'rinli.

Ikkinchi tomondan $h_a=c\sin B, h_b=c\sin A$ tengliklar o'rinli. Bularni $c=h_a+h_b$ ga qo'yamiz va $c\sin A+c\sin B=c$ yoki $\sin A+\sin B=1$ ni hosil qilamiz.

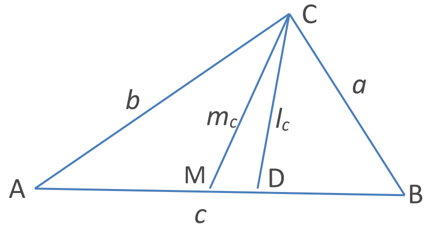
$\sin A+\sin B=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}=1$.

$A+B+C=180^0$ dan $\sin\frac{A+B}{2}=\cos\frac{C}{2}$. Shunday qilib, $2\cos\frac{C}{2}\cos\frac{A-B}{2}=1$ bo'ladi va $\cos\frac{A-B}{2}\le 1$ ekanini e'tiborga olsak, $\cos\frac{C}{2}\ge\frac{1}{2}$ kelib chiqadi. Bundan $\frac{C}{2}\le 60^0$ va $C\le 120^0$ ning isboti kelib chiqadi.

1.4.11-masala. Agar ABC uchburchakning a,b tomonlari va m_c medianasi orasida $\frac{1}{m_c}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ tenglik o'rinli bo'lsa $\angle C\ge 120^0$ ekanligini isbotlang.

Yechish: Agar ABC uchburchakning ikkita a va b tomonlari va ular orasidagi S burchagi berilgan bo'lsa, bu uchdan chiqqan l_c bissektrisa uzunligini $l_c=\frac{2ab}{a+b}\cos\frac{C}{2}$ formuladan hisoblash mumkin.

Masala shartiga ko'ra $m_c=\frac{ab}{a+b}$.



1.4.11-rasm

$l_c=\frac{2ab}{a+b}\cos\frac{C}{2}$ va $m_c=\frac{ab}{a+b}$ tengliklardan $m_c=\frac{l_c}{2\cos\frac{C}{2}}$ ekanligi kelib chiqadi. $l_c\le m_c$ tengsizlikdan $2\cos\frac{C}{2}=\frac{l_c}{m_c}\le 1$, demak, $\cos\frac{C}{2}\le\frac{1}{2}$. Bundan esa, $\frac{C}{2}\ge 60^0$ va $\angle C\ge 120^0$ ga ega bo'lamiz.

1.4.12-masala. $x^3+px^2+qx+r=0$ tenglamaning uchta x_1,x_2,x_3 ildizlari musbat. Uzunliklari x_1,x_2,x_3 ga teng bo'lgan kesmalardan uchburchak yasash mumkinligining zarur va etarli sharti $p^3-4pq+8r>0$ ekanligini isbotlang.

Yechish. Dastlab, bu tengsizlikning zaruriyligini isbotlaymiz. Tomonlari x_1, x_2, x_3 bo‘lgan uchburchakning yarim perimetrini l orqali belgilaymiz. Bu uchburchak yuzini quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$\sqrt{l(l-x_1)(l-x_2)(l-x_3)} = \sqrt{l\left(l^3-(x_1+x_2+x_3)l^2+(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)l-x_1x_2x_3\right)} =$$

$$= \sqrt{l}\cdot\sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^3-(-p)\left(-\frac{p}{2}\right)^2+q\left(-\frac{p}{2}\right)-(-r)} = \sqrt{l}\cdot\sqrt{-\frac{p^3}{8}+\frac{p^3}{4}-\frac{pq}{2}+r} = \sqrt{\frac{l}{8}}\cdot\sqrt{p^3-4pq+8r}.$$

Ravshanki, $p^3-4pq+8r>0$ tengsizlikning bajarilishi zaruriydir, aks holda uchburchak yuzi mavjud bo‘lmaydi.

Shunday qilib, tomonlari x_1, x_2, x_3 bo‘lgan kesmalardan uchburchak yasash uchun $p^3-4pq+8r>0$ tengsizlik bajarilishi zarurligi isbotlandi.

Uzunliklari x_1, x_2, x_3 ga teng bo‘lgan kesmalardan uchburchak yasash uchun $\begin{cases} x_1+x_2-x_3>0 \\ x_2+x_3-x_1>0 \\ x_3+x_1-x_2>0 \end{cases}$ tengsizlikning bajarilishi etarlidir.

Bu tengsizliklarni ko‘paytirib $(x_1+x_2-x_3)(x_2+x_3-x_1)(x_3+x_1-x_2)>0$ (3) tengsizlikni hosil qilamiz. Hosil qilingan tengsizlikning chap tarafdagi ko‘paytuvchilarining uchalasi ham musbat bo‘lganda, yoki bittasi musbat, ikkitasi manfiy bo‘lganda o‘rinli bo‘ladi. $x_1>0, x_2>0, x_3>0$ bo‘lgani uchun ikkinchi hol o‘rinli bo‘lmasligini ko‘rsatamiz. Haqiqatan ham, faraz qilaylik chap tarafdagi faqat bitta ko‘paytuvchimusbat, qolgan ikkitasi manfiy bo‘lsin, masalan, $x_1+x_2-x_3<0$ va $x_2+x_3-x_1<0$ bo‘lsin. Bu teng tengizliklarni qo‘shamiz $2x_2<0$, ya’ni $x_2<0$ hosil qilamiz. Bu esa ziddiyatdir.

Viet formulasiga ko‘ra: $x_1+x_2+x_3=-p,\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=q,\ x_1x_2x_3=-r$ (4)

(4) ni e’tiborga olib (3)tengsizlikni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$(-p-2x_3)(-p-2x_1)(-p-2x_2)>0,$$

$$-p^3-2p^2(x_1+x_2+x_3)-4p(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)-8x_1x_2x_3>0.$$

Viet formulasiga ko‘ra: $p^3-4pq+8r>0$.

ADABIYOTLAR:

1. Shk l ya r s k i y D. O., Ch e n s o v N. N., Ya g l o m I. M. Geometricheskie neravenstva i zadachi na maksimum i minimum.—M.: Nauka, 1970.

2. B o l t ya n s k i y V. G., Ya g l o m I. M. Geometricheskie zadachi na maksimum i minimum // Ensiklopediya elementarnoy matematiki. Kn. 4.—M.: Nauka, 1966. S. 307—348.

3. Ponarin Ya. P. Elementarnaya geometriya: V 2 t.—T. 1: Planimetriya, preobrazovaniya ploskosti. — M.: MSNMO, 2004.— 312 s.

4. Saparboev J., Egamov M. Akademik lisey o'quvchilarining fazoviy tasavvurini va matematik tafakkurini rivojlantirishda ba'zi masalalar.//Tabiiy fanlarni o'qitishni gumanitarlashtirish. Universitet ilmiy-amaliy konferensiya