

ELLIPTIK TENGLAMALAR UCHUN CHEGARAVIY MASALALARNI APPROKSIMATSIYALASH.

Yulchibayeva Gulnoza Bahodirovna

O'zbekiston Respublikasi Ichki ishlar vazirligi matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: *Ushbu maqolada elliptik tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni approksimatsiyalash hamda interfaol usullarning tarixi haqida qisqacha ma'lumot hamda ularning afzalliklari va kamchiliklari bayon qilingan.*

Kalit so'zlar: *Ilg'or pedagogik texnologiya, xususiy hosilali tenglama, elliptik tenglama, chegaraviy masala, Laplas tenglamasi.*

Аннотация: *В статье представлен краткий обзор истории аппроксимации и интерактивных методов решения краевых задач для эллиптических уравнений, их преимуществ и недостатков.*

Ключевые слова: *Перспективная педагогическая технология, уравнение со специальной производной, эллиптическое уравнение, краевая задача, уравнение Лапласа.*

Abstract: *The article presents a brief overview of the history of approximation and interactive methods for solving boundary value problems for elliptic equations, their advantages and disadvantages.*

Key words: *Advanced pedagogical technology, special derivative equation, elliptic equation, boundary value problem, Laplace equation.*

Hozirgi kunda ko'plab zamonaviy matematik paketlar mavjudki, ular oddiy differensial tenglamalarni yetarlicha aniqlikda ham analitik va ham sonli yechib berish imkoniyatga ega. Buning uchun esa oddiy differensial tenglamalarni taqribiy yechishning hisoblash usullari va ularning xususiyatlari bilan yaqindan tanishishni talab qiladi. Bu bilan birga shunday masalalar ham uchraydiki, ularni mavjud usullar bilan emas, balki ularning modifikatsiyasi, yangi uslubi va algoritmi bilan yechish lozim bo'ladi. Umuman olganda, oddiy differensial tenglama bilan berilgan chegaraviy masala: yagona yechimga ega; yechimga ega emas; bir nechta yoki cheksiz ko'p yechimga ega bo'lishi mumkin.

Koshi masalasini yechish usullari: Teylor qatori yordamida approksimatsiyalash; Runge-Kutta usullari; tahlil va korreksiya usuli va hokazo. Koshi masalasini yechishning barcha usullari uchun Eyler usuli nolinchiligi yaqinlashish bo'ladi. Oddiy differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechish, umuman olganda, quyidagi guruhlarga bo'linadi:

1) Koshi masalasiga (ya'ni boshlang'ich masalaga) keltirib yechiladigan usullar (o'q otish usuli, reduksiya usuli, differensial progonka usuli va hokazo);

2) chekli ayirmalar usuli;

- 3) balanslar usuli yoki integro-interpolyatsion usul;
- 4) kollokatsiyalar usuli;
- 5) proyeksion usullar (momentlar usuli, Galyorkin usuli);
- 6) variatsion usullar (kichik kvadratlar usuli, Rits usuli);
- 7) proyeksion-ayirmali usullar (chekli elementlar usuli);
- 8) Fredgolm integral tenglamalariga keltiriladigan usullar va hokazo.

Hozirgi vaqtda barcha sohalar kabi matematika fani bo'yicha ilmiy izlanishlarni va ularni amaliy tadbirlarini rivojlantirish iqtidorli yoshlarni aniqlash va yuqori malakali kadrlarni tayyorlashning uzluksiz tizimini tashkil etish chora-tadbirlari to'g'risida hukumat qarorlari qabul qilinmoqda.

Bunga asosiy sabab kundalik hayotimizda matematikaning amaliy ahamiyati juda yuqoriligi hisoblanadi. Ma'lumki, matematika miqdorlar, miqdor munosabatlari va fazoviy shakllarni o'rganuvchi fandır. Matematika fan sifatida yosh avlod kamolotida keng ta'sirga ega. U maktab o'quvchilari va oliygoh talabalarining tafakkurini rivojlantiradi va tartibga soladi, ularda maqsad sari intilish tuyg'ulari, mantiqiy fikrlash, topqirlik fazilatlarini shakllantiradi.

Bu o'qituvchidan mehnat qilishni, o'z ustida ishlashni va chuqur bilimga ega bo'lishni talab qiladi. Xususan, o'qituvchi matematika fani bo'yicha olib borilayotgan ilmiy izlanishlar, ilmiy-uslubiy ishlar talablarini bilishi, amaliyotda qo'llay olishi, texnik va didaktik vositalarni, mavjud o'quv-uslubiy qo'llanmalar va darsliklarni, matematika fani asoslarini nafaqat bilishi, balki ularni tahlil qila olishi lozimligini taqozo qiladi. Shu bilan bir qatorda, buyuk allomalarimiz - sharq mutafakkirlari Al-Xorazmiy, Abu Rayxon Beruniy, Abu Ali Ibn Sino, Ahmad Farg'oniy, Mirzo Ulug'bek, Ali Qushchilarning matematika fanini rivojlanishiga qo'shgan hissalarini ham bilishi va ulardan o'quv jarayonida foydalanishi, ilg'or pedagogik texnologiyalar bilan yaqindan tanishish bo'lishi zarur. Darslarning qay darajada tashkillanishi bu o'qituvchining ijodkorlik qobiliyatiga bog'liqdir. Ilg'or pedagogik texnologiyalar va undagi matematik o'yinlar darslarga joziba bag'ishlaydi.

Aytib o'taylik, o'qitishni texnologiyalashtirish g'oyasi yangilik emas. Bundan 300 yil avval chex pedagogi Yan Amos Komenskiy ta'limni texnologiyalashtirish g'oyasini ilgari surgan. U ta'limni «texnikaviy» qilishga undagan, ya'ni hamma narsa qaysi sohaga o'qitilishidan qat'iy nazar muvaffaqiyatga ega bo'lishi lozim deb ta'kidlagan. Qisqacha qilib aytadigan bo'lsak, noan'anaviy o'qitish usulining afzalliklari quyidagilardan iborat:

- o'qitish mazmunini yaxshi o'zlashtirishga olib kelishi;
- o'z vaqtida aloqalarning ta'minlanishi;
- tushunchalarni amaliyotda qo'llash uchun sharoitlar yaratilishi;
- o'qitish metodlarining turli xil ko'rinishlari taklif etilishi;
- motivatsiyaning yuqori darajada bo'lishi;
- o'tilgan materialning yaxshi esda saqlab qolinishi;

- muloqotga kirishish ko'nikmasining takomillashishi hisoblanadi. Shuningdek, quyidagi kamchiliklari ham bor:

- darslarni tashkil qilish ko'p vaqt talab qiladi;
- o'quvchilarni har doim ham keraklicha nazorat qilish imkoniyatining pastroq bo'ladi;
- juda murakkab mazmundagi material o'rganilayotganda ham o'qituvchining roli past bo'ladi;

- «kuchsiz» o'quvchilar bo'lganligi sababli «kuchli» o'quvchilarning ham past baho olishiga sabab bo'lishi hisoblanadi.

Dars bu ta'limning asosiy shakli hisoblanib, talabalarning individual xususiyatlarini inobatga olgan holda osondan-murakkabga qarab, ilmiy, tizimli hamda qulay bo'lishi kerak. O'qituvchi va talaba auditoriyada o'zaro muloqotda bo'lishi, ya'ni talaba faqat tinglovchi bo'lmasligi zarur. Interfaol usullardan foydalanish dars samaradorligini oshirishga yordam beradi.

Har qanday mavzuni o'tishda turli an'anaviy va noan'anaviy usullar qo'llaniladi. Buning sababi, birinchidan dars o'tishda turli uslublarni qo'llash uni qiziqarli bo'lishiga va talabalar diqqatini darsga qiziqtirishga va uni o'zlashtirishga qaratiladi. Natijada bu tadbirlar tinglovchilarning shaxsiy fazilatlarini rivojlantirishga, o'quv jarayonida faollikni oshirish orqali bilimlarni egallashni faollashtirishga xizmat qiladi.

Olimlarning olib borgan izlanishlarga ko'ra, o'qish, mehnat va o'yin insoniyat faoliyatining asosiy turlaridan biri hisoblanadi. Ushbuni inobatga oladigan bo'lsak, amaliyot darslarida masala-misol topshiriqlarni turli shartlar va usullar bilan ishlash orqali talabalarning matematika faniga qiziqishini oshirish, kreativlik qobiliyatlarini rivojlantirishga harakat qilinadi [6]. Interfaol ta'limning asosiy mezonlari quyidagilardir: o'quv materiallarini erkin taqdim etish xususiyati, munozaralar, ma'ruzalar sonini kamligi, ko'p miqdorda esa mustaqil ta'lim soatlari, talabalarning o'z fikrlarini og'zaki ifoda etish qobiliyatlari hisoblanadi.

Tabiiy fanlar va muhandislik hisoblarining ko'plab tadqiqotlarida differensial tenglamalarning berilgan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini topish talab etiladi. Boshlang'ich yoki chegaraviy masalalarni yechish – bu juda keng ma'noda bo'lib, ular aniq analitik usullar va taqribiy sonli usullardir. Analitik usullar bilan biz differensial tenglamalar fanidan tanishmiz. Bu usullar faqat tor doiradagi tenglamalar sinfinigina yechish imkonini beradi. Xususan, bu usullar o'zgarmas koeffitsiyentli ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalarni yechishda keng qo'llaniladi. Bunday tenglamalar ko'plab fizik jarayonlarni tadqiq qilishda uchraydi, masalan tebranishlar nazariyasida, qattiq jismlar dinamikasida va shunga o'xshash.

Taqribiy usullar kompyuterlar paydo bo'lmasidan ancha avval ishlab chiqilgan. Hozirgi kunda ham ularning ko'pchiligi amaliyotda o'z mazmunini yo'qotgani yo'q. Taqribiy usullar umumiy holda ikki guruhga bo'lnadi: taqribiy-analitik usullar (boshlang'ich yoki chegaraviy masalaning berilgan kesmadagi taqribiy yechimini biror funksiya ko'rinishida izlash); sonli

yoki to'ra usullar (boshlang'ich yoki chegaraviy masalaning berilgan kesmadagi taqribiy yechimini qurish). Zamonaviy hisoblash texnikasi va yig'ilgan hisoblash tajribalari differensial tenglamalarning katta va murakkab masalalarini taqribiy yechish imkonini bermoqda. Sonli hisoblashlarda eng muhim jihat bu yetarlicha aniqlikda izlanayotgan taqribiy yechimga erishishdir. Bu aniqlikning muhim jihatlari esa EHMdan foydalanish aniqligi, kiritilayotgan ma'lumotlarda yo'l qo'yilishi mumkin bo'lgan xatoliklar va yaxlitlash natijasida paydo bo'ladigan xatoliklardan qutilishdir.

Xulosa qilib aytamizki, o'quvchilari yoki talabalari kam bo'lgan guruhlarda interfaol usullardan foydalanish samarali natijalar beradi. Yangi pedagogik texnologiyalar talabalardan o'z ustlarida ko'p ishlashni talab qiladi, bu esa talabalarining o'z iqtidorini namoyon etishiga yordam beradi.

Elliptik tenglamalar tabiat hodisalarining katta sinfini tavsiflaydi. [Issiqlik tenglamasi](#) (masalan) metall plitadagi issiqlik evolyutsiyasini tavsiflovchi [Navier-Stoks tenglamasi](#) suyuqliklar harakatini tavsiflovchi, shu jumladan [Eynshteyn tenglamalari](#) fizik olamni relyativistik usulda tasvirlash. Ushbu tenglamalarning barchasi chegara masalalari bo'lishiga qaramay, ular toifalarga bo'linadi. Bu kerak, chunki har bir toifani turli xil texnikalar yordamida tahlil qilish kerak. Ushbu maqola chiziqli elliptik masalalar deb nomlanadigan chegara muammolari toifasiga bag'ishlangan. Chegaraviy masalalar va qisman differensial tenglamalar ikki yoki undan ortiq miqdorlar o'rtasidagi munosabatlarni aniqlaydi. Masalan, issiqlik tenglamasida haroratning bir nuqtada o'zgarishi tezligi shu nuqta va yaqin nuqtalar orasidagi harorat farqi bilan bog'liq bo'lib, vaqt o'tishi bilan issiqlik issiqroq nuqtalardan sovuqroq nuqtalarga oqadi. Chegaraviy muammolar bo'shliq, vaqt va boshqa harorat, tezlik, bosim, magnit maydon va boshqalarni o'z ichiga olishi mumkin.

Ba'zi muammolar vaqtni o'z ichiga olmaydi. Masalan, agar kimdir uy va daraxt orasiga kiyim ipini osib qo'ysa, shamol bo'lmaganda kiyimlar siljmaydi va "osilgan" egri shaklini egallaydi. [kateteriya](#). Ushbu egri shaklni pozitsiya, kuchlanish, burchak va tortishish kuchlari bilan bog'liq bo'lgan Elliptik tenglamaning yechimi sifatida hisoblash mumkin, ammo shakl vaqt o'tishi bilan o'zgaruvchanligi sababli vaqt o'zgaruvchisi yo'q. Elliptik chegara masalalari vaqt o'zgaruvchisini o'z ichiga olmaydigan va faqat bo'shliq o'zgaruvchilariga bog'liq bo'lgan muammolar sinfidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad, Matlab, Maple (Самоучитель). – М.: ИТ Пресс, 2006. – 496 с.
2. Арушанян О.Б., Залёткин С.Ф. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений на Фортране. – М.: Изд-во МГУ, 1990.– 336 с.
3. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. – М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2011. – 640 с.

4. Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В. Численные методы в задачах и упражнениях. – М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2010. – 240 с.

5. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2009. – 848 с.

6. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: Учеб. пособ. - Самара: Самарский гос. техн. ун-т, 2010. - 100 с.

7. Исраилов М.И. Ҳисоблаш методлари. – Тошкент: Ўқитувчи, 1-қисм. – 2003. – 440 б.; 2-қисм. – 2008. – 340 б.