MATRITSA TUSHUNCHASI VA ULAR USTIDA AMALLAR. MATRITSALARNING AMALIY MASALALARGA TATBIQI

Gulnoza Oʻktam qizi Salqinova
talaba, Jizzax davlat pedagogika universiteti

Annotatsiya: *Matritsa tushunchasi va matematikaning matritsalar algebrasi boʻlimi amaliyotga, ayniqsa, kompyuter texnologiyasi va dasturlash sohasida, iqtisodchilar va boshqa soha mutaxassislari uchun muhim ahamiyatga ega. Bugungi kunda matritsalar tushunchasi amaliy jarayonlarning matematik modelini tuzishda muhim vosita sifatida qoʻllaniladi. Ushbu maqolada matritsalar haqida tushuncha va uning tatbiqi toʻgʻrisidagi maʼlumotlar yoritilgan.*

Аннотация: *Матричная концепция и раздел матричной алгебры математики важны для практики, особенно в компьютерных технологиях и программировании, для экономистов и других специалистов. Сегодня понятие матриц используется как важный инструмент построения математической модели практических процессов. В этой статье рассматриваются концепции матриц и их применение.*

Abstract: *The matrix concept and the matrix algebra branch of mathematics are important for practice, especially in computer technology and programming, for economists and other professionals. Today, the concept of matrices is used as an important tool in constructing a mathematical model of practical processes. This article covers the concepts of matrices and their application.*

Kalit soʻzlar: *matritsa , element , oʻlcham , satr matritsa , ustun matritsa , nol matritsa , teng matritsa , kvadrat matritsa , birlik matritsa , teskari matritsa.*

Ключевые слова: *матрица, элемент , размерность , матрица-строка , матрица-столбец , нулевая матрица , равная матрица , квадратная матрица , единичная матрица , обратная матрица.*

Keywords*: matrix , element , dimension , row matrix , column matrix , zero matrix , equal matrix , square matrix , unit matrix , inverse matrix.*

Matritsalar dastlab, qadimgi Xitoy yozuvlarida uchraydi. Ular matritsalarni “Sahrli kvadratlar” deb ataganlar. Ular chiziqli tenglamarni yechishda matritsalardan foydalanishgan. XVII asrning oxirlarida determinantlar nazariyani rivojlanganidan soʻng, XVIII asrda Gabriel Kramer oʻz nazariyasini yaratishga kirishdi va 1751-yilda “Kramer qoidasi”ni yaratdi. Taxminan shu vaqt oraligʻida “Gauss usuli” paydo boʻldi. Uilyam Gamilton (1805-1865) va Artur Kelining (1821-1895) ishlarida matritsalar nazariyasi mukammal nazariya sifatida shakllantirildi.

Matematikaning matritsa algebrasi bo‘limi dasturlash sohasida, iqtisodchilar va boshqa soha mutaxassislari uchun muhim hisoblanib, iqtisodiy jarayonlar va obyektlarning matematik modeli sodda va ixcham matritsalar ko‘rinishida ifoda etiladi.

Ta’rif: m ta satr va n ta ustundan iborat bo‘lgan ushbu jadvalga

$$\begin{pmatrix} a11\; a12\; a13 & \cdots & a1n \\ a21\; a22\; a23 & \ddots & a2n \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ am1\; am2\; am3 & \dots & amn \end{pmatrix} \quad (1)$$

m×n o‘lcham matritsa deyiladi[1].

Bu yerda aij lar matritsa elementlari deyiladi. Indeksdagi i- satr raqamini , j- ustun raqamini bildiradi. Matritsalar lotin alifbosining bosh A,B,C, ... harflari bilan belgilanadi.

$$A=\begin{pmatrix} a11\; a12\; a13 & \cdots & a1n \\ a21\; a22\; a23 & \ddots & a2n \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ am1\; am2\; am3 & \dots & amn \end{pmatrix}$$

Agar A matritsaning elementlari sonlardan iborat bo‘lsa bunday matritsa sonli matritsa, funksiyalardan iborat bo‘lsa funksional matritsa , vektorladan iborat bo‘lsa vektor matritsa deyiladi.

Agar ixtiyoriy I va j larda $a_{ij}=b_{ij}$ bo‘lsa $A=(a_{ij})$ va $B=(b_{ij})$ matritsalar teng matritsalar deyiladi va A=B ko‘rinishida yoziladi.

Agar (1) matritsaning hamma elementlari nollardan iborat bo‘lsa bunday matritsa nol matritsa deyiladi.

$$O=\begin{pmatrix} 0\;0\;0 & \cdots & 0 \\ 0\;0\;0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 0\;0\;0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Agar matritsaning satr va ustun yo‘llari soni bir-biriga teng bo‘lsa , bunday matritsa kvadrat matritsa deyiladi. Kvadrat matritsaning yo‘llari soni uning tartibini bildiradi . Misol uchun satr va ustun elementlari soni 2 ga teng bo‘lsa kvadrat matritsa , 3 ga teng bo‘lsa 3 - tartibli kvadrat matritsa , n ga teng bo‘lsa n- tartibli kvadrat matritsa deyiladi.

n-tartibli kvadrat matritsa berilgan bo‘lsin

$$A=\begin{pmatrix} a11\; a12\; a13 & \cdots & a1n \\ a21\; a22\; a23 & \ddots & a2n \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ an1\; an2\; an3 & \dots & ann \end{pmatrix}$$

A matritsaning determinanti noldan farqli

$$\det A=\begin{vmatrix} a11\; a12\; a13 & \cdots & a1n \\ a21\; a22\; a23 & \ddots & a2n \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ an1\; an2\; an3 & \dots & ann \end{vmatrix}\neq 0$$

[1] Xudayarov B.A. Matematika. I-qism. Chiziqli algebra va analitik geometriya. — T.:“Fan va texnologiya”, 2018.

bo‘lsa, bunday matritsa aynimagan matritsa deyiladi. Agar A matritsaning determinanti nolga teng bo‘lsa bu matritsa aynigan matritsa deyiladi. A matritsaga teskari matritsa A^{-1} ko‘rinishida belgilanadi. Teskari matritsa tushunchasi faqat aynimagan matritsalar uchungina taalluqli hisoblanadi.

Aynimagan A matritsa berilgan bo‘lsin. Agar

$$\boxed{A\times A^{-1}=A^{-1}\times A=E}$$

a teng bo‘lsa A^{-1}matritsa A matritsaga teskari matritsa deyiladi[2].

$$A^{-1}=\frac{1}{detA}\begin{pmatrix} a11\ a12\ a13 & \cdots & a1n \\ a21\ a22\ a23 & \ddots & a2n \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ an1\ an2\ an3 & \dots & ann \end{pmatrix}$$

Ushbu (1)da bosh diagonalda turgan elementlari birlardan qolgan barcha elementlari nollardan iborat bo‘lgan kvadrat matritsa birlik matritsa deyiladi.

$$B=\begin{pmatrix} 1\ 0\ 0 & \cdots & 0 \\ 0\ 1\ 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 0\ 0\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

MATRITSALAR USTIDAGI ASOSIY AMALLAR

Matritsalarni qo‘shish va ayirish. Bu amal faqatgina bir xil o‘lchamli matritsalarga tegishlidir. Biz A va B matritsaning yig‘indisini A+B , va ayirmasini A-B bilan belgilaymiz. A va B matritsaning yig‘indisi yoki ayirmasi deb shunday C matritsaga aytiladiki , C matritsaning elementlari $c_{ij}=a_{ij}\pm b_{ij}$ dan iboratdir. Misol uchun bizga ikkita quyidagi matritsa berilgan bo‘lsin:

$$A=\begin{pmatrix} 12 & 21 \\ 13 & 15 \end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 32 \end{pmatrix}$$

U holda

$$A+B=\begin{pmatrix} 12+4 & 21+8 \\ 13+9 & 15+32 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16 & 29 \\ 22 & 47 \end{pmatrix}$$

$$A-B=\begin{pmatrix} 12-4 & 21-8 \\ 13-9 & 15-32 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 & 13 \\ 4 & -17 \end{pmatrix}$$

Matritsani songa ko‘paytirish. A matritsani b songa ko‘paytmasi $\alpha\times A$ ko‘rinishida belgilanadi. A matritsaning α songa ko‘paytmasi $\alpha\times A$ deb shunday C matritsaga aytiladiki, C matritsaning elementlari $c_{ij}=\alpha\times a_{ij}$ dan tashkil topadi. A matritsani α songa ko‘paytirishdan hosil bo‘lgan C matritsa o‘lchami A matritsaga teng bo‘ladi.

Misol uchun:

$\alpha=2$

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 32 \end{pmatrix}$$

bo‘lsin . U holda

[2] Rajabov F. va boshq. “Oliy matematika”. — T.:“O‘zbekiston” , 2007.

$$C=\alpha\times A=2x\begin{pmatrix}4 & 8\\ 9 & 32\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 16\\ 18 & 64\end{pmatrix}$$

Matritsani songa ko‘paytirish amali ushbu xossalarga ega[3]:

1) kommutativlik xossasi: $\gamma \cdot A = A \cdot \gamma$

2) assotsiativlik xossasi: $(\alpha \cdot B) \cdot A = \alpha \cdot (B \cdot A)$

Matritsalarni ko‘paytirish. $A_{m\times n}$ va $B_{n\times p}$ matritsalarning ko‘paytmasi deb shunday $C_{m\times p} = A \cdot B$ (sodda qilib,) matritsaga aytiladiki, bu C matritsaning elementlari

$$cij = ai1b1j + ai2b2j + ai3b3j + ... + ainbnj$$

ko‘rinishda bo‘ladi, bu yerda a_{ij} va b_{ij} - mos ravishda A va B matritsalarninelementlari. Bundan ko‘rinadiki, A va B matritsalarning ko‘paytmasi ma’noga ega bo‘lishi uchun A matritsaning ustunlari soni B matritsaning satrlari soniga teng bo‘lishi zarur. Hosil bo‘lgan AB ko‘paytmaning satrlari soni A matritsaning satrlari soniga, ustunlari soni esa B matritsaning ustunlari soniga teng. AB ko‘paytmaning mavjudligidan BA ko‘paytmaning mavjudligi kelib chiqmaydi. AB va BA ko‘paytmalar mavjud bo‘lgan taqdirda ham, odatda (ko‘p hollarda), AB va BA ko‘paytmalar bir-biriga teng bo‘lmaydi: $AB \neq BA$. Agar $AB = BA$ bo‘lsa, u holda A va B matritsalar o‘zaro o‘rin almashinuvchi (kommutativ) matritsalar deyiladi.

Ma’lumki, har doim $(AB)\,C = A\,(BC)$ tenglik o‘rinli. Misol uchun

$$A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 9 & 32\end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 9 & 32\end{pmatrix}$$

$$C=A\times B=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 9 & 32\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}4 & 8\\ 9 & 32\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4*4+8*9 & 4*8+8*32\\ 9*4+32*9 & 9*8+32*32\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}88 & 288\\ 324 & 1096\end{pmatrix}$$

MATRITSALARNING AMALIY MASALALARGA TATBIQI

Matritsalar yordamida ba’zi iqtisodiy bog‘likliklarni ifodalash mumkinligi yuqorida aytib o‘tdik. Endi matritsalar yordamida ba’zi masalalarni yechishni ko‘rib o‘tamiz. Masala: “Jannat” fermer xo‘jaligida tashkil etilgan kichik korxona 2 xil qishloq xo‘jalik xomashyo mahsulotlaridan uch turdagi konserva mahsulotlarini ishlab chiqadi . Qishloq xo‘jalik xomashyo mahsulotlarining sarf miqdori quyidagi matritsa ko‘rinishida berilgan:

$$A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 2\\ 6 & 5\end{pmatrix}$$

Bu yerda aij (i=1,2,3 j=1,2,3) , i - turdagi birlik mahsulotga j- turdagi birlik xomashyo sarflanishi. Korxonaning bir kunlik mahsulot ishlab chiqarish rejasi yo‘l matritsa ko‘rinishida berilgan:

$C=(80\ \ 60\ \ 90)$

Ikki turdagi qishloq xo‘jalik xomashyo mahsulotlarining narxi Ushbu matritsa ko‘rinishida berilgan

$$B=\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}$$

[3] http://reja.tdpu.uz/shaxsiyreja/

1) Korxonaning bir kunlik mahsulot ishlab chiqarish rejasi bajarilishi uchun qancha xomashyo mahsuloti kerak ?

2) Uch turdagi mahsulotlarning har donasi uchun ishlatilgan xomashyoning narxini toping

3) Korxonaning bir kunlik mahsulot ishlab chiqarish rejasini bajarish uchun sarflagan ikki turdagi xomashyoning narxini toping.

Yechish:

1) Bir kunlik mahsulot ishlab chiqarish uchun sarflanadigan S1 - birinchi va S2 - ikkinchi turdagi xomashyo miqdorini aniqlaymiz :

S1=4×80+3×60+6×90=320+180+540=1040 kg

S2=3×80+2×60+5×90=240+120+450=810 kg

Yoki boshqacha tartibda , ya’ni matritsa yordamida aniqlaymiz:

$$S=C\times A=(80\ \ 60\ \ 90)\times\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 2\\ 6 & 5\end{pmatrix}=(1040\ \ 810)$$

2) Uch turdagi tayyorlangan mahsulotning har bir donasiga ishlatilgan xomashyo narxini topamiz :

$$R=AxB=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 2\\ 6 & 5\end{pmatrix}\times\binom{3}{2}=\begin{pmatrix}18\\ 13\\ 28\end{pmatrix}$$

3) Kunlik reja bo‘yicha ishlab chiqarilgan mahsulotlar uchun ishlatilgan ikki turdagi xomashyo mahsulotining umumiy narxi:

$K=S\times B=(1040\ \ 810)\times\binom{3}{2}=1040\times 3+810\times 2=4740$ ming so‘m.

Ushbu masaladan shuni ko‘rishimiz mumkinki , matritsalarning iqtisodiyotda va bundan tashqari barcha sohalarda ahamiyati juda katta. Biz matritsalardan foydalangan holda o‘zimiz uchun muhim bo‘lgan ko‘pgina iqtisodiy masalalarni qulay va sodda yechish imkoniyatiga ega bo‘lamiz.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. B.A.Xudayarov Matematika. I-qism. Chiziqli algebra va analitik geometriya. Toshkent, “Fan va texnologiya”, 2018.

2. B.A.Xudayarov “Matematikadan misol va masalalar to‘plami” Toshkent “O‘zbekiston” 2018 yil.

3. F.Rajabov va boshq. “Oliy matematika”, Toshkent “O‘zbekiston” 2007 yil.

4. Claudio Canuto, Anta Tabacco. Mathematical Analysis I, (II). Springer-Verlag, Italia, Milan, 2008 (2015).