MASALALARNI KOORDINATALAR SISTEMASI YORDAMIDA YECHISH METODLARI

Qurbonaliyeva Shoira Maxmanazarovna
SamDCHTI akademik litseyi matematika fani bosh o`qituvchisi
Sarmanova Kamola Bektosh qizi
Toshkent shahar , Shayxontohur tumani, 254- maktabi matematika fani o`qituvchisi

Annotatsiya: *Ushbu ilmiy maqolada akademik litseylarning chuqurlashtirilgan guruh o`quvchilari, mustaqil o`rganuvchilar uchun masalalarni koordinatalar sistemasi yordamida yechish metodlari haqida to`xtab o`tilgan.*

Kalit so`zlar: *Vektor, vektorlar orasidagi burchak, tekislikda Dekart koordinatalar sistemasi, nuqta, kesma, nuqtalar orasidagi masofa, vektor, funksiya, funksiyaning eng kichik qiymati.*

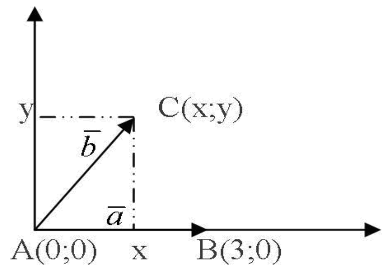
Maqola sifatli ta`limni ta`minlashda, iqtidorli yoshlar qobiliyatini rivojlantirishda, ijodkor, ijtimoiy faol, kreativ, ma`naviy boy shaxsni shakllantirishda, hamda, yuqori malakali raqobotdosh kadrlar tayyorlashda yordam beradi degan umiddamiz.

1-masala: $|\bar{a}| = 3, |\bar{b}| = 3$ ga, $\bar{a}$ va $\bar{b}$ vektorlar orasidagi burchak 60^0 ga teng. $(\bar{a} + \lambda\bar{b})$ va $\bar{b}$ vektorlar perpendikulyar ekani ma`lum bo`lsa, λ ni toping.

Yechimi: Ma`lumki, vektorlar perpendikulyar bo`lishi uchun skalyar ko`paytma nolga teng bo`lishi kerak, ya`ni

$$(\vec{a} + \lambda\vec{b})\cdot\vec{b} = 0; \quad 6 + 16\lambda = 0 \quad \text{bundan} \quad \lambda = -\frac{3}{8} \quad \text{natijani olamiz.}$$

Ushbu masalani Dekart koordinatalar sistemasidan foydalangan holda yechamiz (1- chizma). Bunda $\vec{a}$ vektorni OX o`qida yotadigan qilib joylashtiramiz, u holda $\vec{a}(3;0)$ bo`ladi.



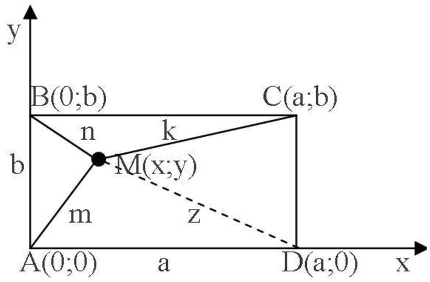
1-chizma

$\vec{a}$ va $\bar{b}$ vektorlar orasidagi burchak 60^0 ekanidan $\bar{b}(x, y)$ vektorni koordinatalari $x = 2, y = 2\sqrt{3}$ bo`ladi. U holda $\bar{a} + \lambda\bar{b}(3 + 2\lambda; 2\sqrt{3}\lambda)$ vektor $\bar{b}(2, 2\sqrt{3})$ vektorga perpendikulyar ekani masala shartidan ma`lum. $(\overline{a} + \lambda\bar{b})\cdot\bar{b} = 0$ ga asosan 6+4λ+12 λ=0 bo`ladi, bundan λ=$-\frac{3}{8}$ natijani olamiz.

2-masala: Tekislikdagi berilgan nuqtadan to`g`ri to`rtburchakning uchta uchlarigacha bo`lgan masofalar mos ravishda m, n, k ga teng bo`lsa, 4-uchgacha bo`lgan masofani toping.

Yechimi: Bunda 2 ta hol bo`lishi mumkin.

1-holat: Berilgan nuqta to`g`ri to`rtburchakning ichida bo`lsin. Dekart koordinata sistemasida tomonlari a, b bo`lgan to`g`ri to`rtburchak yasab olamiz (2-chizma).



2-chizma

Masala shartiga ko`ra |AM|=m, |BM|=n, |CM|=k lar berilgan. z=|DM|=?

Nuqtalar orasidagi masofani topish formulasiga asosan

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = m^2 \\ x^2 + (y - b)^2 = n^2 \\ (x - a)^2 + (y - b)^2 = k^2 \end{cases}$$

bo`ladi. Bu sistemadagi 1-tenglamadan 2-tenglamani ayirib unga 3-tenglamani qo`shsak $(x\text{-}a)^2+y^2=m^2-n^2+k^2$ natijani olamiz. Bu tenglamaning o`ng tomoni bizdan so`ralgan z^2 ni beradi. Demak $z = \sqrt{m^2 + k^2 - n^2}$ kelib chiqadi.

2-holat: Berilgan nuqta to`g`ri to`rtburchakdan tashqarida bo`lgan holat. Bu holatni qiziquvchi o`quvchilar uchun topshiriq sifatida qoldiramiz.

Bunda ham $z = \sqrt{m^2 + k^2 - n^2}$ natijani olamiz.

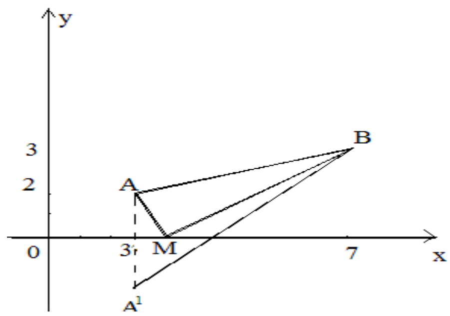
3-masala. $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{x^2 - 14x + 58}$ funksiyaning eng kichik qiymatini toping.

Yechimi. Berilgan funksiyani quyidagi ko`rinishda yozib olamiz.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{x^2 - 14x + 58} = \sqrt{(x-3)^2 + 2^2} + \sqrt{(x-7)^2 + 3^2}$$

Bundan ko`rinadiki, berilgan funksiya M(x;0) nuqtadan A(3;2) va B(7;3) nuqtalargacha bo`lgan masofalar yig`indisiga teng (3- chizma).

Bunda $A'(3;-2)$ nuqta A nuqtaga Ox o`qiga nisbatan simmetrik bo`lgan nuqta, ya`ni $AM + MB = A'M + MB$.

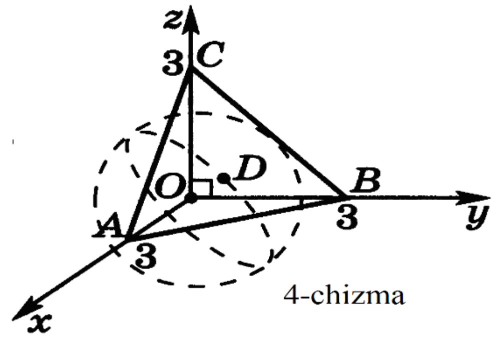


3-chizma

Bu yig`indining eng kichik qiymati uchburchak tengsizligiga ko`ra $A'(3;-2)$ va *B(7;3)* nuqtalar orasidagi masofaga teng bo`ladi. Funksiya o`zining eng kichik qiymatiga A', *M* va *B* nuqtalar bir to`g`ri chiziqda yotgan holdagina erishadi. Demak, $|A'B| = \sqrt{(7-3)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{41}$ bo`ladi.

4-masala. Tenglamalar sistemasini yeching. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=3 \end{cases}$

Yechimi. *x+y+z=3* tenglama bilan berilgan tekislik to`g`ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasi o`qlarini mos ravishda A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3) nuqtalarda kesib o`tadi (4- chizma).



4-chizma

$x^2+y^2+z^2=3$ esa markazi O(0;0;0) nuqtada va radiusi R=$\sqrt{3}$ bo`lgan sfera tenglamasini ifoda qiladi. O nuqtadan ABC uchburchak tekisligigacha bo`lgan masofani aniqlaymiz. Buning uchun OABC piramidani qaraymiz.

Ma`lumki, piramidaning hajmi $V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}\cdot H$ formula yordamida topiladi, bunda H=OD (D – ABC uchburchak markazi). Bunga ko`ra piramidaning hajmi $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{\left(3\sqrt{2}\right)^2\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot H=\frac{3H\sqrt{3}}{2}$ ekanini topamiz. Ikkinchi tomondan bu piramidaning hajmi $V=\frac{1}{3}S_{\Delta OAB}\cdot CO=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3^2\cdot 3=\frac{9}{2}$ bo`ladi. Bu ikkala tengliklardan $\frac{3H\sqrt{3}}{2}=\frac{9}{2}$, $\mathrm{H}=\sqrt{3}$ natijani olamiz. Bundan shuni aniqlaymizki, O nuqtadan ABC uchburchak tekisligigacha bo`lgan masofa OD=$\sqrt{3}$ bo`lib, sfera D nuqtada ABC – uchburchak tekisligiga urinadi. Demak, berilgan tenglamalar sistemasi yagona ildizga ega bo`ladi. Bu yechim D(x;y;z) nuqtaning koordinatalaridan iborat bo`ladi. D nuqta ABC muntazam uchburchakning og`irlik markazi bo`lgani bois, x=y=z=1 bo`ladi.

U holda, javob: (1;1;1) bo`ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. I.Isroilov, Z.Pashayev. Geometriya, I qism. T., “O`qituvchi”, 2004.
2. Г. Н.Якоблев, Л. П. Купцов и др. Всероссийские математические олимпиады школьников. М., “Просвещение”, 1992.
3. И.Ф.Шарыгин и В.И. Голубев. Факультативный курс по математике. М., “Просвещение”, 1991.