DIFFERENSIALVA INTEGRAL HISOB.KOSHI VA VEYERSHTRASS HAYOTI V A IJODI.NYUTON VA LEYBNITS HAYOTI VA IJODI

REJA:

1.Differensialv integral hisob

2.Koshi va Veyeyrshtrass hayot yo'li

3.Nyuton va leybnits hayot yo'li

Differensial hisob — matematikaning hosilalar va differensiallarni hisoblash, ularning xossalarini oʻrganish hamda funksiyalarni tekshirishga tatbiq qilish bilann shugʻullanadigan boʻlimi. 17-asrga kelib Yevropada ishlab chiqarish kuchlarining oʻsishi, turli mashina va inshootlarning yaratilishi, kemasoalikning rivojlanishi, ballistika (umuman, harbiy ish) talablari aniq fanlar, jumladan matematika oldiga juda koʻp yangi masalalarni qoʻyganligi munosabati bilann differensial hisob va integral hisob gʻoyalari vujudga keldi. Differnsial hisobning vujudga kelishidagi dastlabki ishlar egri chiziqqa urinma oʻtkazish masalasini yechishda Ferma, René Descartes va boshqa matematiklar tomonidan qilingan. Isaac Newton va Gottfried Leibniz oʻzlaridan avvalgi matematiklarning bu boradagi ishlarini nihoyasiga yetkazdilar. 17-asr oxiri va 18 asr boshlarida matematik analiz mustaqil fan sifatida shakllandi. Hosilalar bilan bogʻliq bir necha tushunchalar qadimdan maʼlum boʻlgan boʻlsa ham, ularning hozirgi holini fanga kiritgan deb Isaac Newton (1643-1727) va Gottfried Leibniz (1646-1716) tilga olinadi. Ular mustaqil ravishda (bir-biridan alohida) differensial hisob va hosilalar haqida yozishgan. Ular qoʻshgan eng katta hissa boʻlsa integral hisob bilan differensial hisob orasidagi bogʻlanishni koʻrsatib berish boʻlgan. Ikkalasi Isaac Barrow (1630-1677), René Descartes (1596-1650), Christiaan Huygens (1629-1695), Blaise Pascal (1623-1662) va John Wallis (1616-1703) kabi matematiklar ishiga tayanishgan. Hosilaning birinchi rivojlatirgan odam deb Barrow tilga olinadi, ammo Newton va Leibniz hosila tarixidagu eng muhim shaxslardir. Chunki ularning hissasi eng katta boʻlgan. Newton differnsial hisbodan nazariy fizikda birinchi qoʻllangan, Liebniz boʻlsa hozirda ishlatiladigan belgilashlarning katta qismini ishlab chiqqan. Hosilalar koʻp maqsadlarda ishlatilinadi. Hosilada funksiyaning turli qiymatlarida oʻzgarish tezligini oʻrganishda keng qoʻllaniladi. Yana hosilalar yordamida optimizatsiya masalalari yechiladi. Bunday masalalarda berilgan funksiyaning maksimum yoki minimum qiymatlari topiladi. Optimizatsiya masalalari iqtisod fanida juda keng ishlatiladi. Differensial va integral hisob bir-biri bilan chambarchas bogʻliq. Integrallar egri chiziq ostidagi yuzani va tekislik ostidagi hajmni hisoblashda qoʻl keladi

Integral hisob — integrallar va ularning xossalarini, hisoblash usullarini, tatbiqlarini oʻrganuvchi matematika boʻlimi. I. h. taraqqiyoti va mazmuni differensial hisob taraqqiyoti va mazmuni bilan uzviy bogʻliq. I. h. differensial hisob bilan birga cheksiz kichik miqdorlar analizini (qarang Matematik analiz) tashkil qiladi. 17-asrga kelib, texnika va tabiiy fanlarning taraqqiyoti matematika oldiga juda koʻp yangi masalalarni, jumladan, murakkab geometrik shakldagi jismlarning yuzini, hajmini, ogʻirlik markazini hisoblash masalalarini qoʻydi. Bularni aniqlashning qadimgi eski usullari oʻrniga yangi va kuchli matematik usullar yaratish zaruriyati tugʻildi. Shu davrda I. h. vujudga keddi. I. h.ning asosiy tushunchalari aniq va aniqmas integral tushunchalaridir. I. h.ning turli tatbiklarida bu anikmas integrallarga mos aniq integrallarning ahamiyati katta boʻlgani uchun ular yaxshi oʻrganilgan va qiymatlari hisoblangan jadvallar tuzilgan.

Integral tushunchasi bir necha xaqiqiy oʻzgaruvchining funksiyalari uchun ham, kompleks oʻzgaruvchining funksiyalari uchun ham aniqlangan va xossalari yaxshi oʻrganilgan

Nyuton-leybnits formulasi, aniq integralda o’zgaruvchini almashtirish va bo’laklab integrallash

Aniq integrallarni integral yig’indining limiti sifatida bevosita hisoblash ko’p hollarda juda qiyin, uzoq hisoblashlarni talab qiladi va amalda juda kam qo’llaniladi. Integrallarni topish formulasi Nyuton-Leybnits teoremasi bilan beriladi.

Teorema. Agar F(x) funksiya *f(x)* funksiyaning [a,b] kesmadagi boshlang’ich funksiyasi bo’lsa u holda aniq integral boshlang’ich funksiyaning integrallash oralig’idagi orttirmasiga teng ya’ni

(1)

tenglik Nyuton-Leybnits formulasi deyiladi.

Isbot. F(x) funksiya *f(x)* funksiyaning biror boshlang’ich funksiyasi bo’lsin, u holda 1-teoremaga ko’ra funksiya ham *f(x)* funksiyaning boshlang’ich funksiyasi bo’ladi. Berilgan funksiyaning ikkita istalgan boshlang’ich funksiyalari bir-biridan o’zgarmas S qo’shiluvchiga farq qiladi, ya’ni *F(x)=F(x)+S*

Shuning uchun: C-o’zgarmas miqdorni aniqlash uchun bu tenglikda x=a deb olamiz:

Bo’lgani uchun F(a)+C=0. Bundan S=-F(a). Demak

Endi x=b deb Nyuton-Leybnits formulasini hosil qilamiz:

Yoki integrallash o’zgaruvchisini x bilan almashtirsak: belgilash kiritib, oxirgi formulani qo’yidagicha qayta yozish mumkin:

Teorema isbotlandi.

Integral ostidagi funksiyaning boshlang’ich funksiyasi ma’lum bo’lsa, u holda Nyuton-Leybnits formulasi aniq integrallarni hisoblash ushun amalda qulay usulni beradi. Faqat shu formulaning kashf etilishi aniq integralni hozirgi zamonda matematik analizda tutgan o’rnini olishga imkon bergan. Nyuton-Leybnits formulasi aniq integralning tatbiqi sohasini ancha kengaytirdi, chunki matematika formula yordamida xususiy ko’rinishdagi turli masalalarni yechish uchun umumiy usulga ega bo’ldi.

Misollar.

O’zgaruvchini almashtirish

Bizga aniq integral berilgan bo’lsin, bunda *f(x)* funksiya [a,b] kesmada uzluksizdir. deb ya’nio’zgaruvchi riritamiz, bunda va uning hoailasi kesmada uzluksiz bo’lsin. Faraz qilaylik bo’lsin. Bu shartlar bajarilganda qo’yidagi tenglik o’rinli bo’ladi:

(2)

Bu tenglikni isbotlash uchun (2) formulaning o'ng va chap qismlariga Nyuton-Leybnits formulasini qo'llaymiz:

Aniq integral (2) formula bo'yicha hisoblaganda yangi o'zgaruvchidan eski o'zgaruvchiga qaytish kerak emas, balki eski o'zgaruvchining chegaralarini keyingi boshlang'ich funksiyaga qo'yish kerak.

Misol.

integralni hisoblang.

Yechish. $x+1=t^2$ deb almashtirsak, $x=t^2-1$, dx=2tdt bo'ladi/ integrallashning yangi chegaralari x=3 bo'lganda t=2.

x=8 bo'lganda t=3 u holda

integralni hisoblang.

Yechish. x=sint deb almashtirsak, dx=costdt, $1-x^2=\cos^2 t$ bo'ladi. Integrallashning yangi chegaralarini aniqlaymiz: x=0 bo'lganda t=0

x=1 bo'lganda

U holda: