

HOSILA NIMAGA KERAK?

Saytniyozov Adham Annamuhimmat o'g'li

Email; saytniyozov@gmail.com

Eshmirzayeva Lobar Toyir qizi

Email: lobareshmirzayeva8@gmail.com

Anatatsiya: Ushbu maqolada hosila tadbirlari haqida ma'lumot berilgan. Hosila funksiyani funksiyani grafigini chizish, funksiyani eng katta, eng kichik qiymatlarini topishda foydalaniladi. Bir so'z bilan aytganda, hosila matematikaning analiz qismi uchun juda kerakli.

Kalit so'zlar: Limit, hosila, hosila tadbirlari, difrensial, funksiyalar nisbati, funksiya uzluksizligi, funksiya urinmasi.

Hosila haqida ko'p adabiyotlarda turli xil ma'lumotlar berilgan. Hosila haqidagi ayrim ta'riflar.

1-ta'rif: Hosila- funksiyaning ma'lum bir nuqtasida sodir bo'ladigan bo'ladigan "oni" o'zgarish.

2-ta'rif: $y=f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deb

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0) \text{ limitga aytiladi.}$$

Aytaylik $f(x)$ funksiya (a, b) intervalda aniqlangan bo'lsin. Bu intervalga tegishli x_0 nuqta olib, unga shunday Δx ortirma beraylikki, $x_0 + \Delta x \in (a, b)$ bo'lsin. Natijada $f(x)$ funksiya ham x_0 nuqtada $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ ortirmaga ega bo'ladi.

3-ta'rif: Agar $\Delta x \rightarrow 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limiti

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

mavjud va chekli bo'lsa, bu limit $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deyiladi va

$f'(x_0)$, yoki $y'(x_0)$, yoki $\frac{dy(x_0)}{dx}$ orqali, ba'zan esa $y'|_{x=x_0}$ yoki $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$ kabi belgilanadi.

Bu holda funksiya x_0 nuqtada hosilaga ega deb ham aytiladi. Demak,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Bunda $x_0 + \Delta x = x$ deb olaylik. U holda $\Delta x = x - x_0$ va $\Delta x \rightarrow 0$ bo'lib, natijada

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ bo'ladi. Demak, } f(x) \text{ funksiyaning}$$

x_0 nuqtadagi hosilasi $x \rightarrow x_0$ da $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ nisbatning limiti sifatida ham ta'riflanishi

$$\text{mumkin: } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

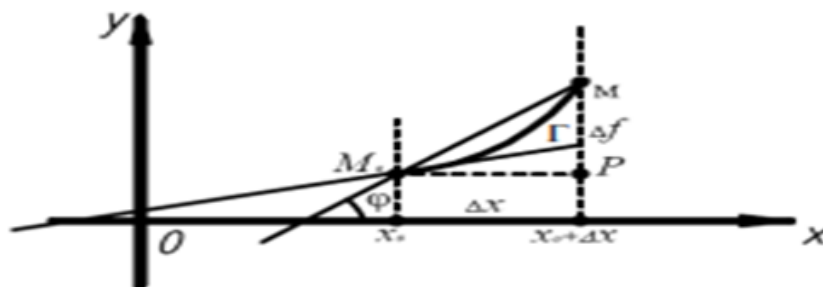
4-Ta'rif: Hosila — differensial hisobning asosiy tushunchasi. U funksiya o'zgarishi tezligini ifodalaydi. x_0 nuqtaning atrofida berilgan $f(x)$ nuqta uchun mavjud bo'lsa, u funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deyiladi va $f'(x_0)$ kabi belgilanadi. Ushbu miqdorlar funksiyaning x_0 nuqtadagi o'ng va chap hosilalari deyiladi.

Hosilaning geometrik hamda mexanik ma'nolari Aytaylik, $f(x)$ funksiya (a, b) da aniqlangan va uzluksiz bo'lib, shu intervalning (x_0) nuqtasida $f'(x_0)$ hosilaga ega bo'lsin.

Hosilata'rifigako'ra:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Aytaylik, $f(x)$ funksiyaning grafigi Γ chiziqni (egri chiziqni) tasvirlasin (1-chizma).



1-chizma

Endi Γ chiziqqa uning $M_0 = M_0(x_0, f(x_0))$ nuqtasida urinma o'tkazish masalasini qaraymiz. Γ chiziqda M_0 nuqtasidan farqli $M = M(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$ nuqtani olib, bu nuqtalar orqali l ladi:

$$\varphi = \varphi(\Delta x)$$

kesuvchini o'tkazamiz. l kesuvchining OX o'qi bilan tashkil etgan burchakni φ bilan belgilaymiz. Ravshanki, φ burchak Δx ga bog'liq bo' (Δx) Agar M nuqta Γ chiziq bo'ylab, M_0 ga intilganda (ya'ni $\Delta x \rightarrow 0$ da) kesuvchining limit holati mavjud bo'lsa, kesuvchining bu limit holati Γ chiziqqa M_0 nuqtada o'tkazilgan urinma deyiladi. Urinma to'g'ri chiziqdan iborat bo'ladi. Demak, $f(x)$ funksiya grafigi M_0 nuqtada o'tkazilgan urinmaning mavjud bo'lishi uchun

$$\lim_{(\Delta x \rightarrow 0)} \varphi(\Delta x) = \alpha$$

limitning mavjud bo'lishini ko'rsatish yetarli. Bunda α urinmaning OX o'qi bilan tashkil etgan burchagi. Uchburchak MM_0P dan

$$\operatorname{tg} \varphi(\Delta x) = \frac{MP}{M_0P} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

va undan

$$\varphi(\Delta x) = \operatorname{arctg} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

bo'lishini topamiz.

Funksiya uzluksizligidan foydalanib, $\Delta x \rightarrow 0$ da $\varphi(\Delta x)$ ning limitini topamiz

$$\lim_{(\Delta x \rightarrow 0)} \varphi(\Delta x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{arctg} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \operatorname{arct} \left[\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \right] = \operatorname{arctg} f'(x_0)$$

Demak,

$$\lim_{(\Delta x \rightarrow 0)} \varphi(\Delta x)$$

mavjud va y

$$\alpha = \lim_{(\Delta x \rightarrow 0)} \varphi(\Delta x) = \operatorname{arctg} f'(x_0)$$

ga teng bo'ladi. Keyingi tenglikdan

$$f'(x_0) = \operatorname{tga}$$

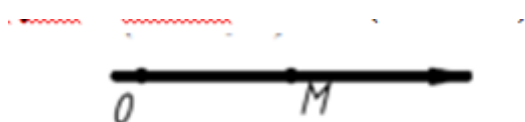
bo'lishi kelib chiqadi.

Shunday qilib, $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada $f'(x_0)$ hosilaga ega bo'lsa, bu funksiya grafigiga $M_0(x_0, f(x_0))$ nuqtada o'tkazilgan urinma mavjud.

Funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi $f'(x_0)$ esa bu urinmaning burchak koeffitsientini ifodalaydi. Urinmaning tenglamasi ushbu

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

Endi hosilaning mexanik ma'nosini keltiramiz. Aytaylik, moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab (bu to'g'ri chiziqni OX o'qi deylik) harakat qilib, M nuqtaga kelganda bosib o'tilgan yo'l S bo'lsin: OM=S (2-chizma).



2-chizma

Ravshanki, bu yo'l vaqtga bog'liq bo'lib, uning funksiyasi bo'ladi: $S=S(t)$ (3) Odatda (3) tenglama moddiy nuqtaning harakat qonuni deyiladi.

Agar nuqta t vaqt oralig'ida $S(t)$ masofani, $t+\Delta t$ vaqt oralig'ida esa $S(t+\Delta t)$ masofani bosib o'tgan bo'lsa, unda Δt vaqt oralig'ida bosib o'tilgan yo'l $\Delta S=S(t+\Delta t)-S(t)$ bo'lib,

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{s(t + \Delta t) - S(t)}{\Delta t}$$

nisbat esa moddiy nuqtaning t hamda $t+\Delta t$ vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlikni ifodalaydi.

Agar Δt nolga intila borsa o'rtacha tezlik moddiy nuqtaning t paytdagi (momentdagi) oniy tezlikni aniqroq ifodalay boradi. Demak, t paytdagi tezlik.

$$V(t) = \frac{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} (S(t + \Delta t) - S(t))}{\Delta t}$$

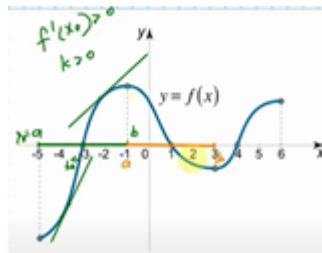
bo'ladi. Keyingi tenglikdan $V(t)=S'(t)$ bo'lishi kelib chiqadi.

Shunday qilib, moddiy nuqtaning harakat qonuni $S=S(t)$ bo'lganda funksiyaning t nuqtadagi hosilasi $S'(t)$ uning t paytdagi harakat (oniy) tezligini ifodalaydi.

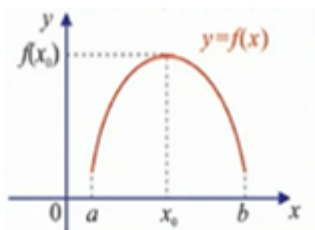
Hosila funksiya garfigini yasash va tekshirish:

1-teorema: Agar $f(x)$ funksiya $(a;b)$ oraliqda aniqlangan va $f'(x)>0$ bo'lsa $y=f(x)$ $(a;b)$ oraliqda o'suvchi bo'ladi.

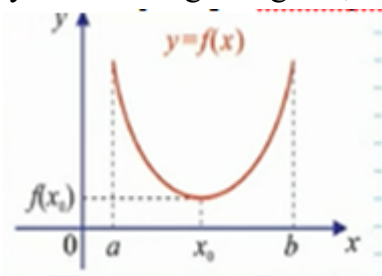
2-teorema: Agar $y=f(x)$ $(a;b)$ oraliqda aniqlangan va $f'(x)<0$ bo'lsa $y=f(x)$ $(a;b)$ oraliqda kamayuvchi bo'ladi.



3-teorema: Agar $f(x)$ funksiya $(a;b)$ oraliqda aniqlangan va $f'(x)$ malum x_0 nuqtada musbatdan manfiyga o'zgarsa, unda x_0 nuqta funksiyaning lokal maksimumi bo'ladi



4-teorema: Agar $f(x)$ funksiya $(a;b)$ oraliqda aniqlangan va $f'(x)$ malum x_0 nuqtada manfiydan musbatga o'zgarsa, unda x_0 nuqta funksiyaning lokal minimum bo'ladi



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. K.SH Ro'zmitov, G'. X. Djumaboyev. Matematika.
2. A.Ayupov, B.A.Omirov algebra va sonlar nazariyasi.
3. A.U.Abduhamidov Algebra va matematika sonlar nazariyasi.
4. N.S.Piskunov, Differensial va integral hisob., "O'qituvchi" nashriyoti, o'zbek tiliga tarjima, 1974 yil, 1- tom.
5. T.Soatov, Oliy matematika., "O'qituvchi" nashriyoti, Toshkent, 1985 yil