CHEKLI O'LCHAMLI GILBERT FAZOLARIDA ANIQLANGAN PROEKTORLAR

Kazibekov Kumusbek Meirbek o'g'li
Ilmiy rahbar PhD
Nurillayev Muzaffar Eshnazarovich

Annotatsiya: *Evklid fazosini normalangan fazo sifatida qarasak, u to‘la bo‘lishi yoki bo‘lmasligi mumkin. To‘ldiruvchi fazo Eˆ ning x va u elementlarini olamiz. Aytaylik {xn} va { E fazoning elementlaridan tuzilgan va mos ravishda x va u ga yaqinlashuvchi ketma-ketliklar bo‘lsin. yn} Agar (,) n n x y conli ketma-ketlikni qarasak, ushbu (,)(,) (,) (,) nn mm nn m n mm nn m n mm x y xy xy y x xy xy y x xy − ≤ − +− ≤ − +− ≤ tengsizlikdan {(,) xn n y } ketma-ketlikning fundamental ketma-ketlik ekanligi kelib chiqadi.*

Kalit so’zlar: *Evklid, metrik fazo, element, fundamental, teorema, To‘ldiruvchi, skalyar, integrallanuvchi funksiyalar, Chiziqli funksional.*

Agar E Evklid fazosi to‘la bo‘lmasa, u holda uning to‘ldiruvchisi bo‘lgan Banax fazosini Eˆ bilan belgilaymiz. 1-teorema. Evklid fazosining to‘ldiruvchisi ham Evklid fazosi bo‘ladi. Isboti. Bu teorema metrik fazolarning to‘ldiruvchisi haqidagi teorema isbotiga o‘xshab isbotlanadi. To‘ldiruvchi fazo Eˆ ning x va u elementlarini olamiz. Aytaylik {xn} va { E fazoning elementlaridan tuzilgan va mos ravishda x va u ga yaqinlashuvchi ketma-ketliklar bo‘lsin. yn} Agar (,) n n x y conli ketma-ketlikni qarasak, ushbu (,)(,) (,) (,) nn mm nn m n mm nn m n mm x y xy xy y x xy xy y x xy − ≤ − +− ≤ − +− ≤ tengsizlikdan {(,) xn n y } ketma-ketlikning fundamental ketma-ketlik ekanligi kelib chiqadi. Demak, lim(,) n n n x y →∞ mavjud. Bu limit {xn n },{y } ketma-ketliklarga emas, balki faqat x va y elementlarigagina bog‘liqligi bevosita tekshiriladi. Endi Eˆ da skalyar ko‘paytmani aniqlaymiz: (,) lim(,). n n n x y x →∞ = y Bu ifodaning skalyar ko‘paytma ekanligi E dagi skalyar ko‘paytma ta’rifining 1-4 shartlarida limitga o‘tish natijasida kelib chiqadi. Masalan, 1- shart (,) lim(,) lim(,) (,) nn nn n n x y y xy yx y . →∞ →∞ === x Shunga o‘xshash lim lim (,) (,). n n n n n x x xx →∞ →∞ == = x x Demak, Eˆ Evklid fazosi ekan. Ta’rif. Cheksiz o‘lchamli to‘la Evklid fazosi Gilbert fazosi deyiladi. 2-teorema. Banax fazosi Gilbert fazosi bo‘lishi uchun undagi norma, ixtiyoriy x, y uchun www.ziyouz.com kutubxonasi ( ) 2 22 2 2 x + +− = + y xy x y shartni qanoatlantirishi zarur va yetarli. Misollar. 1) l2 fazoning elementlari 2 1 п п x ∞ = ∑ < ∞ shartni qanoatlantiruvchi x=(x1, x2, . . . , xn, . . .) ketma-ketliklardan iborat. Bu fazoda skalyar ko‘paytma ( ) 1 , i i i x y x ∞ = =∑ y kabi aniqlanadi. 2) L2[a,b] - fazo, [a,b] oraliqda kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar fazosi. Bu fazoda skalyar ko‘paytma (f,g)= () () b a f t g t dt ∫ ko‘rinishda olinadi. 3) Agar H1, H2 Gilbert fazolari bo‘lsa, u holda ularning to‘g‘ri yig‘indisi yordamida yangi Gilbert fazosini aniqlash mumkin: HH H = 1 2 ⊕ . H ning elementlari (h h 1 2 ,) ko‘rinishdagi juftliklardan iborat. Bu yerda , va H da skalyar ko‘paytma 1 1 h H∈ 2 h H ∈ 2 ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) '' ' ' 12 12 11 2 2 hh hh hh hh , ,, , , = + ko‘rinishda kiritiladi. Tekshirish savollari 1. Chiziqli fazoni ta’riflang. Misollar keltiring. 2.

Norma aksiomalarini ayting. 3. Normalangan fazoni ta’riflang, misollar keltiring. 4. Normalangan fazo va metrik fazo orasida qanday munosabat mavjud? 5. Normalangan fazo boʻlmaydigan metrik fazoga misol keltiring. 6. Qanday fazoga Banax fazosi deyiladi? Misollar keltiring. 7. Banax fazosi boʻlmagan normalangan fazoga misol keltiring. 8. Skalyar koʻpaytma aksiomalarini ayting. 9. Skalyar koʻpaytmaga misollar keltiring. 10.Qanday fazoga Evklid fazosi deyiladi? www.ziyouz.com kutubxonasi 11.Evklid fazosiga misollar keltiring. 12.Skalyar koʻpaytma orqali norma qanday kiritiladi? 13.Koshi-Bunyakovskiy tengsizligini yozing. 14.Skalyar koʻpaytmaning uzluksizligi deganda nimani tushunasiz? 15.Ikkita elementning ortogonalligi tushunchasi qanday kiritiladi? 16.Qachon biror element toʻplamga ortogonal deyiladi? 17.Gilbert fazosini ta’riflang. Misollar keltiring. Mashqlar 1. Sonlar oʻqida quyidagi funksiyalar yordamida normani aniqlab boʻladimi? a) arctgx ; b) x ; c) x −1 ; d) 2 x e) 2 x 2. Aytaylik, L tekislikdagi vektorlar toʻplami, x va y lar vektorning Dekart koordinatalari boʻlsin. L da quyidagi funksiyalar norma yordamida normani aniqlab boʻladimi? a G a) f ( ) a x = G y ; b) f ( ) a x = + y G ; c) f ( ) max ; a x = { } G y d) 2 2 f ( ) a xy x = ++ y G 3. Aytaylik, P haqiqiy koeffitsentli koʻphadlarning chiziqli fazosi boʻlsin. P toʻplamda norma sifatida a) koʻphadning 0 nuqtadagi qiymatining absolyut qiymatini; b) koʻphad koeffitsentlari modullari yigʻindisini olish mumkinmi? 4. Norma aksiomalari sistemasi zidsiz va erkli ekanligini isbotlang. 5. Chiziqli normalangan fazo ρ(,) x y xy = − masofaga nisbatan metrik fazo ekanligini isbotlang. 6. ning normalangan fazo ekanligini tekshiring. 1 n R 7. ning normalangan fazo ekanligini tekshiring. n R∞ 8. m ning normalangan fazo ekanligini tekshiring. 9.a) C1[a,b], b) Dn [a,b] larning normalangan fazo ekanligini tekshiring. 10. Sonlar oʻqida quiydagi formulalar skalyar koʻpaytmani aniqlaydimi? a) (x,) ; y xy = b) 3 (,) ; x y xy = c) (x,) 5 ; y x = y www.ziyouz.com kutubxonasi 11. Aytaylik, V tekislikdagi vektorlar toʻplami, 1 2 a aa = (,) G va 1 2 b bb = (,) G boʻlsin. Quyidagi formulalar V da skalyar koʻpaytma aniqlaydimi? a) b) 1 1 (,) ; a b ab = G G 11 2 2 (,) ; a b ab ab = − G G c) d) 11 2 2 (,) 2 ; a b ab ab = + G G 11 2 2 12 21 (,) 2 a b ab ab ab ab =+ −− ; G G e) 2 22 2 1 21 2 (,) ( )( ); ab a a b b =+ + G G 12. Tekislikdagi vektorlar toʻplami V da ushbu formula 3 (,) cos ab a b =⋅⋅ α G G GG bu yerda va b vektorlar orasidagi burchak, skalyar koʻpaytma aniqlaydimi? α a G G Koʻrsatma: 2 2 (1;0), (0;1), (,) 2 2 abc === GGG vektorlar uchun skalyar koʻpaytmaning 2-aksiomasini tekshiring. Izoh. Bu misol skalyar koʻpaytmaning 2-aksiomasi qolgan aksiomalar bogʻliq emasligini koʻrsatadi. 13. Skalyar koʻpaytmaning birinchi aksiomasi qolgan aksiomalarga bogʻliq emasligini koʻrsating. 14. Skalyar koʻpaytmaning toʻrtinchi aksiomasi qolgan aksiomalarga bogʻliq emasligini isbotlang. 15. Evklid fazosi x = (,) x x normaga nisbatan normalangan fazo ekanligini isbotlang. 16. C2 [a,b] ning normalangan fazo ekanligini isbotlang. 17. - normalangan fazo ekanligini isbotlang. 2 A 18. Koshi tengsizligini isbotlang: 2 2 1 1 n nn k k k k k kk ab a b = == ≤ ⋅ 1 ∑ ∑ ∑ , bu yerda , (k=1, 2, 3, …, n) ixtiyoriy haqiqiy sonlar. k a bk 19. Koshining umumlashgan tengsizligini isbotlang: www.ziyouz.com kutubxonasi 2 2 1 1 k k k k k kk ab a b ∞ ∞∞ = == ≤ ⋅ 1 ∑ ∑ ∑ , bu yerda va va k a k b 2 1 k k a ∞ = ∑ 2 1 k k b ∞ = ∑ qatorlar yaqinlashuvchi boʻladigan ixtiyoriy haqiqiy sonlar. 20. a) Bunyakovskiy tengsizligini isbotlang: 2 2 ()() () () ; b bb a aa f x g x dx f x dx g x dx ≤ · ∫ ∫∫ b) Minkovskiy tengsizligini isbotlang: 22 2 (( ) ( )) ( ) ( ) b bb a aa f x g x dx f x dx g x dx ≤ + ∫ ∫∫ , bu yerda f va g [a,b] da uzluksiz boʻlgan ixtiyoriy funksiyalar. 21. (3; -5; -3) elementning , , 3 R2 3 R1 3 R∞ fazolardagi normasini toping. 22. a) , b) , c) 2 R2 2 R1 2 R∞ fazolarda normasi 3 ga teng boʻlgan elementlarga misol keltiring. 23. 1 3 4 (4) 5 y x = − x funksiyaning a) C[-1; 5], b) C1[-1; 5], c) D1 [-1; 5] fazolardagi normasini hisoblang. 24. C1 [-1; 1] markazi 3 0f ( ) x x = , radiusi 1/4 ga teng boʻlgan ochiq sharga tegishli boʻlgan biror elementni koʻrsating. 25. 1 1 1 1 (1) (, , , ,..., ,...) 2 4 8 16 2 n n x − =− − element a) , b) , c) m fazoning markazi 0=(0,0,0,…) nuqtada boʻlgan ochiq sharga tegishli boʻladimi? 2 A 1 A 26. 2 1 (1) (1, ,..., ,...) 4 n x n − = − elementning a) , b) , c) m fazolardagi normasini toping. 2 A 1 A www.ziyouz.com kutubxonasi 5 – §. Chiziqli funksionallar Aytaylik X haqiqiy chiziqli fazo boʻlsin. Xuddi metrik fazolardagi kabi X ning har bir elementiga haqiqiy sonni mos qoʻyuvchi f: X→ akslantirishni funksional deb ataymiz. R 1–ta’rif. Agar f funksional ixtiyoriy x, y∈X elementlar va λ son uchun 1. f(x+y)=f(x)+f(y); 2. f(λx)=λf(x) shartlarni qanoatlantirsa, u holda f chiziqli funksional deyiladi. Bu ikki shartni birlashtirib, ixtiyoriy x, y∈X elementlar va α, β sonlar uchun f(αx+βy)=αf(x)+βf(y) shart bajarilsa, u holda f ni chiziqli funksional deyiladi, deyish ham mumkin. Izoh. Yuqoridagi birinchi tenglik funktsionalning additivlik xossasi, ikkinchi tenglik esa bir jinslilik xossasi deyiladi. 5.1. Chiziqli funksional uzluksizligi. Normalangan fazolardagi chiziqli funksionallar. Chiziqli funksionalning uzluksizligi, xuddi metrik fazolardagi kabi aniqlanadi. Shu sababli, chiziqli funksional berilgan chiziqli fazoda yaqinlashish tushunchasi kiritilgan boʻlishi lozim. Aytaylik E normalangan fazo va f undagi chiziqli funksional boʻlsin. 2-ta’rif. Agar E ning x0 nuqtasiga yaqinlashuvchi ixtiyoriy {xn} ketma-ketlik uchun f(xn)→f(x0) munosabat bajarilsa, u holda f chiziqli funksional x0 nuqtada uzluksiz deyiladi.

FOYDALANILLGAN ADABIYOTLAR:

1. Саримсоқов Т.А. Функционал анализ курси, Т.:Ўқитувчи,-1986. 400б.

2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989.-624с.

3. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М. Наука, 1977. 622 с.

4. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы. Общая теория. М. ИЛ. 1962.

5. Саримсоқов Т.А., Аюпов Ш.А., Хожиев Ж.Х., Чилин В.И. Упорядоченные алгебры. Тошкент, Фан,1983.

6. Диксмье Ж. C* - алгебры и их представления. М. Наука. 1974.

7. Брателли У., Робинсон Д. Операторные алгебры и квантовая статистическая механика. М. Мир.1982.

8. Аюпов Ш.А. Классификация и представление упорядоченных йордановых алгебр. Ташкент. Фан. 1986.