

УЧИНЧИ ТАРТИБЛИ ТЕНГЛАМАЛАРНИНГ ЕЧИМИ ҲАҚИДА

Эргашова Гулрухсор Тошмухаммад қизи

Термиз давлат педагогика институти

“Математика ва информатика” факултети

Математика ва информатика таълим йўналиши 2-курс талабаси

Аннотация: Мақолада умумтаълим мактабларида математика фанининг дастурда келтирилмаган учинчи тартибли тенгламаларнинг хусусий ҳолатларига ва уларнинг ечимларига бағишланган.

Аннотация: Статья посвящена частным случаям и решениям уравнений третьего порядка, которые не входят в программу математики в общеобразовательных школах.

Annotation: The article is devoted to specific cases and solutions of equations of the third order, which are not included in the curriculum of mathematics in secondary schools.

Калит сўзлар: мактаб, алгебра, алгебраик, учинчи тартибли тенглама, хусусий ҳолат, хусусий ечим, кўпҳад, исбот.

Қуйидаги $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, $a \neq 0$ (1) кўринишга эга бўлган тенглама учинчи тартибли алгебраик тенглама дейилади. Агар $a = 1$ бўлса

$x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ (2) тенглама келтирилган тенглама дейилади. (бунда a, b, c, d -ҳақиқий сонлар)

Алгебранинг асосий теоремасига қўра, учинчи тартибли тенглама учта илдизларгача эга бўлиши мумкин. Бундай тенгламалар учун, квадрат тенгламаларга ўхшатиб дискриминант тушунчасини ҳам киритиш мумкин.

Бу мақолада учинчи тартибли алгебраик тенгламанинг хусусий ҳолатлари келтирилган:

1.1 (1) тенгламада $b = c = d = 0$ бўлганда қуйидаги $ax^3 = 0$ (3) кўринишдаги тенгламани ҳосил қиламиз. Равшанки бу тенглама ягона битта $x=0$ илдизга эга.

1.2 (1) тенгламада $d = 0$ бўлсин, бу ҳолда $ax^3 + bx^2 + cx = 0$ (4) кўринишдаги тенгламани ечиш учун x номаълумни қавсдан ташқари чиқарган ҳолда

$$x(ax^2 + bx + c) = 0$$

тенгламанинг $x=0$ ва $ax^2 + bx + c = 0$ квадрат тенгламани ечиш натижасида топилади. Демак (4) кўринишдаги тенглама ҳар доим $x=0$ ечимига эга.

Мисол: $4x^3 + 3x^2 + 5x = 0$ тенгламанинг ҳақиқий илдизларини топинг?

Ечими: x ни қавсдан ташқари чиқарамиз $x(4x^2 + 3x + 5) = 0$, бундан $x=0$, ёки $4x^2 + 3x + 5 = 0$ натижа келиб чиқади. Берилган квадрат тенглама дискриминанти манфий бўлганлиги учун ҳақиқий ечимга эга эмас, шунинг учун Жавоб: $x=0$

Мисол: $4x^3 + 4x^2 + x = 0$ тенгламанинг ҳақиқий илдизларини топинг?

Ечими: x ни қавсдан ташқари чиқарамиз $x(4x^2 + 4x + 1) = 0$ бундан $x=0$ ва $x = -\frac{1}{2}$ ечимларга эга бўламиз, чунки ҳосил булган квадрат тенглама ягона ечимга эга ($D=0$) Жавоб: $x=0$ ва $x = -\frac{1}{2}$

Мисол: $x^3 - x^2 - 2x = 0$ тенгламанинг ҳақиқий илдизларини топинг?

Ечими: x ни қавсдан ташқари чиқарамиз $x(x^2 - x - 2) = 0$ бундан $x=0$ ва $x = -1$, $x=2$ ечимларга эга бўламиз, чунки квадрат тенглама иккита ечимга эга ($D>0$)

1.3 Агар (1) да $b = c = 0$ бўлса $ax^3 + d = 0$ (5) кўринишдаги тенгламага эга бўламиз. Бу ҳолда тенгламанинг ечими $x = \sqrt[3]{-\frac{d}{a}}$ кўринишда изланади.

Мисол: $2x^3 + 16 = 0$ тенгламанинг ҳақиқий илдизларини топинг?

Ечими: $x = \sqrt[3]{-\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{-8} = -2$ Жавоб: $x = -2$

Мисол: $3x^3 - 81 = 0$ тенгламанинг ҳақиқий илдизларини топинг?

Ечими: $x = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$ Жавоб: $x = 3$

Шундай қилиб кўрииб турибдики (5) кўринишдаги тенглама ҳар доим ягона битта ечимга эга.

2. Учинчи тартибли симметрик бўлган алгебраик тенглама.

2.1 Қуйидаги $ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$ (6) тенгламани симметрик тенглама деб атаймиз, яъни унинг коэффицентлари симметрик равишда бир бирига тенг. Бундай тенгламанинг ечимини топиш учун чап томондаги турган ифодани кўпайтирувчиларга ажратамиз. $ax^3 + bx^2 + bx + a = a(x^3 + 1) + b(x^2 + x) = a(x + 1)(x^2 - x + 1) + bx(x + 1) = (x + 1)(ax^2 + x(b - a) + a)$, бундан $(x + 1)(ax^2 + x(b - a) + a) = 0$ (7) тенгламани ҳосил қиламиз. Равшанки бундай тенгламалар доимий равишда, ҳеч булмаганида $x=-1$ ечимга эга. Қолган ечимлари $ax^2 + x(b - a) + a = 0$ квадрат тенгламанинг дискриминантга боғлиқдир.

Мисол: $3x^3 + 4x^2 + 4x + 3 = 0$ тенгламанинг ҳақиқий илдизларини топинг?

Ечими: Берилган тенгламани $(x + 1)(3x^2 + x + 3) = 0$ кўринишга олиб келамиз. Бундан $x=-1$ маълум бўлади, чунки $(3x^2 + x + 3) = 0$ квадрат тенглама ечимга эга эмас. Жавоб: $x=-1$

2.2 Учинчи тартибли қарама-қарши симметрик бўлган алгебраик тенглама

Қуйидаги $ax^3 + bx^2 - bx - a = 0$ (6) тенглама қарама-қарши симметрик тенглама деб аталади. Бу тенгламани ечиш учун чап томондаги ифодани кўпайтирувчиларга ажратамиз $ax^3 + bx^2 - bx - a = a(x^3 - 1) + b(x^2 - x) = a(x - 1)(x^2 + x + 1) + bx(x - 1) = (x - 1)(ax^2 + (a + b)x + a)$

Бундан $(x - 1)(ax^2 + (a + b)x + a) = 0$ натижага эришамиз. Равшанки бундай кўринишдаги тенгламалар ҳеч бўлмаганда ягона битта $x=1$ ечимга эга (қолган илдизлар эса квадрат тенгламанинг дискриминантга боғлиқдир)

Мисол: $2x^3 + 4x^2 - 4x - 2 = 0$ тенгламининг ҳақиқий илдизларини топинг?

Ечими: Тенгламани қуйидаги $(x - 1)(2x^2 + 6x + 2) = 0$ кўринишда ёзиб оламиз. Бундан $x_1 = 1$ ва $x_2 = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$, $x_3 = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}$ келиб чиқади.

Бундай кўринишларга эга булган учинчи тартибли алгебраик тенгламаларнинг ҳусусий ҳолатларини, мактаб дарсларида ўқувчиларга, қўшимча материал сифатида тавсия этиш мумкин.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. М.Усмонов, Математика маълумотнома, Тошкент “Наврўз” 2017
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “Algebra and number theory” 2010, P. 523.
3. Ш.А.Аюпов, Б.А.Омиров, А.Х.Худойбердиев, Ф.Ҳ.Ҳайдаров, Алгебра ва сонлар назарияси, Тошкент “Тафаккур бўстони” 2019, (ўқув қўлланма)
4. И.Аллаков, Сонлар назариясидан мисол ва масалалар (ечимлари билан), “Сурхон-Нашр” 2020
5. Д.И.Юнусова, А.С.Юнусов, Алгебра ва сонлар назарияси, Тошкент “ILM-ZIYO” 2009, (ўқув қўлланма)
6. А. Юнусов, Д.Юнусова Сонли системалар, Тошкент , «Молия-иқтисод», 2008. (ўқув қўлланма)
7. Ҳ.Т.Тўраев, Математик мантиқ ва дискрет математика, Тошкент: Ўқитувчи нашриёти, 2003
8. www.google.uz
9. www.ziyonet.uz
10. www.uzedu.uz
11. www.ziyouz.com
12. <https://fayllar.org/uchinchi-darajali-tenglamalar-va-ularni-yechish-usullari.html?page=3>