BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMANING MAXSUS YECHIMI. LAGRANJ TENGLAMASI

Otayorov Oxunjon Shovxiddin o'g'li
Barotov Elbek Nodirbek o‘g‘li
Tuyliyev Islombek Sayfulla o'g'li
Samarqand davlat universiteti Kattaqo‘rg‘on filiali
“Axborot texnologiyalari” kafedrasi
Matematika yo’nalishi 3-kurs talabalari
Utkir Ibragimov Baxrom o'g'li
Ilmiy rahbar: “*Axborot texnologiyalari”*
kafedrasi assisenti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada birinchi tartibli differensial tenglamaning maxsus yechimi. Lagranj tenglamasi haqida yoritilgan.*

Kalit so’zlar: *Tenglama, algoritm, funksiya, hosila, differensial tenglamalar.*

Matematika va uning tatbiqlarining muhim masalalari x ni emas, balki uning biror noma`lum $y(x)$ funksiyasini topish masalasi qo`yilgan va tarkibida x, $y(x)$, shu bilan birga uning $y'(x)$, $y''(x)$,...,$y(n)(x)$ hosilalarini o`z ichiga olgan murakkab tenglamalarni yechishga keltiriladi. Masalan, $y' + 2y - x3 = 0$, $y'' = c \cdot ax$, $y''' + y = 0$.

- Matematika va uning tatbiqlarining muhim masalalari x ni emas, balki uning biror noma`lum $y(x)$ funksiyasini topish masalasi qo`yilgan va tarkibida x, $y(x)$, shu bilan birga uning $y'(x)$, $y''(x)$,...,$y(n)(x)$ hosilalarini o`z ichiga olgan murakkab tenglamalarni yechishga keltiriladi. Masalan, $y' + 2y - x3 = 0$, $y'' = c \cdot ax$, $y''' + y = 0$.
- Erkli o`zgaruvchi x ni, noma`lum $y(x)$ funksiyani va uning n tartibli hosilasiga qadar hosilalarini bog`lovchi tenglamaga n-tartibli oddiy diffcrcnsial tcnglama deyiladi. Yuqoridayozilgan tenglamalar, mos ravishda, birinchi, ikkinchi va uchinchi tartibli differensial tenglamalardir. Umumiy ko`rinishda n-tartibli differensial tenglama $F(x, y, y', y'',..., yn) = 0$ (1) shakldа yoziladi.

(1) tenglamani ayniyatga aylantiruvchi va kamida n marta differensial-lanuvchi har qanday $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.

- (1) tenglamani ayniyatga aylantiruvchi va kamida n marta differensial-lanuvchi har qanday $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- Masalan, $y = e\text{-}x$ funksiya $y' + y = 0$ differensial tenglama yechimi bo`lib, tenglamaning cheksiz ko`p yechimlaridan biridir. Har qanday $y = c \cdot e\text{-}x$ funksiya ham, bu yerda, c - ixtiyoriy o`zgarmas, tenglamani qanoatlantiradi. Ushbu differensial tenglama yechilganda, uning yechimi $y = c \cdot e\text{-}x$ ko`rinishdan o`zgacha bo`lishi mumkin emasligini aniqlaymiz. Shu ma`noda, $y = c \cdot e\text{-}x$ funksiya uning umumiy yechimi deyiladi. Umumiy yechimda ixtiyoriy o`zgarmas c qatnashgani uchun, tenglama yechimlari to`plami yagona ixtiyoriy c o`zgarmasga bog`liq deyiladi.

Yuqoridagi misollardan differensial tenglama umumiy yechimi o`zgarmaslari soni tenglamaning tartibiga teng ekanligini va uning xu-susiy yechimlari umumiy yechimdan o`zgarmaslarining konkret qiy-matlarida kelib chiqishini xulosa qilish mumkin.

• Yuqoridagi misollardan differensial tenglama umumiy yechimi o`zgarmaslari soni tenglamaning tartibiga teng ekanligini va uning xu-susiy yechimlari umumiy yechimdan o`zgarmaslarining konkret qiy-matlarida kelib chiqishini xulosa qilish mumkin.

• Differensial tenglama yechimlarini qurish jarayoniga differensial tenglamani integrallash deb yuritiladi. Differensial tenglamani integrallab, masalaning qo`yilishiga qarab, uning yoki umumiy yechimi tuziladi yoki xususiy yechimi topiladi.

Teorema. Agar f(x;y) funksiya boshlang`ich (x0;y0) nuqtaning biror atrofida aniqlangan, uzluksiz va uzluksiz $\partial f/\partial y$ xususiy hosilaga ega bo`lsa, u holda (x0;y0) nuqtaning shunday bir atrofi mavjudki, ushbu atrofda y` = f(x;y) differensial tenglama uchun y/x = x0 = y0 boshlang`ich sharth Koshi masalasi ycchimi mavjud va yagonadir.

• Teorema. Agar f(x;y) funksiya boshlang`ich (x0;y0) nuqtaning biror atrofida aniqlangan, uzluksiz va uzluksiz $\partial f/\partial y$ xususiy hosilaga ega bo`lsa, u holda (x0;y0) nuqtaning shunday bir atrofi mavjudki, ushbu atrofda y` = f(x;y) differensial tenglama uchun y/x = x0 = y0 boshlang`ich sharth Koshi masalasi ycchimi mavjud va yagonadir.

• Differensial tenglamaning umumiy va xususiy yechimlari tushunchalariga aniqlik kiritamiz.

• Agar boshlang`ich (x0;y0) nuqtaning berilishi (2) tenglama yechimining yagonaligini aniqlasa, u holda ushbu yagona yechimga xususiy yechim deyiladi. Boshqacha aytganda boshlang`ich shart bir qiymatni aniqlaydigan yechim xususiy yechimdir.

Differensial tenglamaning barcha xususiy yechimlari to`plamiga esa, umumiy yechim deyiladi.

• Differensial tenglamaning barcha xususiy yechimlari to`plamiga esa, umumiy yechim deyiladi.

• Odatda, umumiy yechim yoki oshkor y - φ(x,c) yoki oshkormas φ(x,y,c) = 0 ko`rinishda yoziladi. Boshlang`ich (x0;y0) shart asosida c o`zgarmas y0 = φ(x0;c) tenglamadan topiladi.

• Tenglamaning umumiy integral) (yoki yechimi) deb, c o`zgarmasning turli qiymatlarida barcha xususiy yechimlari aniqlanadigan φ(x,y,c) = 0 munosabatga aytiladi.

O`zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamalar. Bir jinsii differensial tenglamalar

• O`zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamalar. Bir jinsii differensial tenglamalar

•

- Birinchi tartibli ikkala qismini oddiy integrallash yo`li bilan yechiladigan sodda tenglama
- $y' = f(x)$ (3)
- ko`rinishga ega. Natijada, $y = \int f(x)dx$ va agar f(x) funksiyaning bosh-lang`ich funksiyalaridan biri F(x) bo`lsa, umumiy yechim $y = F(x)+c$ ko`rinishda yoziladi.
- (3) tenglamaning muhim umumlashmasi bo`lmish o`zgaruvchilari aj-raladigan differensial tenglama:
- $y' = P(x) - q(y)$ yoki $dy/dx = P(x) \cdot q(y)$ (4)
- shaklda yozilishi mumkin.

Noma`lum funksiya y ning qaralayotgan o`zgarish sohasida $q(y) \neq 0$ shart bajariladi deb, (4) tenglamani o`zgaruvchilari ajralgan.

- Noma`lum funksiya y ning qaralayotgan o`zgarish sohasida $q(y) \neq 0$ shart bajariladi deb, (4) tenglamani o`zgaruvchilari ajralgan.
- $dy/q(y) = P(x) \cdot dx$
- shaklda yozamiz va ikkala qjsmini integrallab,
- $\int dy/q(y) = \int P(x) \cdot dx$
- tenglikni olamiz. Q(y) funksiya l/q(y) funksiyaning, P(x) esa p(x) ning boshlang`ich funksiyalaridan biri bo`lsa, (4) tenglamaning umumiy in-tegrali:
- $Q(y) = P(x) + c$
- ko`rinishdan iborat.

Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar.

- Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar.
- Bernulli tenglamasi
-
- Birinchi tartibli F(x,y,y`) = 0 differensial tenglamaning chap qismi y va y` larga chiziqli bog`liq shakliga chiziqli tenglama deyiladi. Chiziqli, birinchi tartibli differensial tenglama,
-
- $y' + P(x) \cdot y = f(x)$ (6)
- ko`rinishda yozilishi mumkin.
- (6) tenglamani integrallash jarayoni, odatda, ikki bosqichdan iborat. Dastlab, tenglama o`ng tomonidagi f(x) funksiyani 0 bilan almashtiriladi va
- $y' + P(x) - y = 0$ (7)
- tenglamaning umumiy yechimi topiladi.

Bir jinsli bo`lmagan (1) tenglama umumiy yechimi, ushbu tenglama biror-bir xususiy y1(x) yechimi bilan uning mos bir jinsli tenglamasi umumiy yechimlari yig`indisiga teng.

- Bir jinsli bo`lmagan (1) tenglama umumiy yechimi, ushbu tenglama biror-bir xususiy y1(x) yechimi bilan uning mos bir jinsli tenglamasi umumiy yechimlari yig`indisiga teng.
- Birinchi bosqichda bir jinsli (7) tenglamani yechamiz.

- Tenglama o`zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglama bo`lgani uchun,
- dy/y = - P(x)·dx.
- Oxirgi tenglamani integrallab, y = C·e-P(x) umumiy yechimni quramiz, bu yerda, P(x) flinksiya p(x) ning boshlang`ich funksiyalaridan bin.

lkkinchi bosqichda (6) tenglama xususiy yechimlaridan birini ixtiyoriy o`zgarmasni variatsiyalash usulida, ya`ni y,(x) xususiy yechimni y1(x) = u(x)·e-P(x) shakldа qidiramiz. Ushbu ifodani (6) tenglamaga qo`yamiz va u(x) noma`lum funksiyaga nisbatan,

- lkkinchi bosqichda (6) tenglama xususiy yechimlaridan birini ixtiyoriy o`zgarmasni variatsiyalash usulida, ya`ni y,(x) xususiy yechimni y1(x) = u(x)·e-P(x) shakldа qidiramiz. Ushbu ifodani (6) tenglamaga qo`yamiz va u(x) noma`lum funksiyaga nisbatan,
- u′- e-P(x) - u·P′(x)·e-P(x) + P(x)·u·e-P(x) = f(x)
- tenglamani olamiz. P′(x) = p(x) munosabat o`rinli bo`lgani uchun, tenglamaning chap tomondagi ikkinchi va uchinchi hadlari o`zaro yeyi-shadi. Natijada,
- u′·e-P(x) = f(x) yoki du/dx = f(x)·eP(x)
- tenglama kelib chiqadi. Uni integrallab, cheksiz ko`p
- u(x) = ∫f(x)·eP(x)dx
- boshlang`ich funksiyalardan birini tanlaymiz.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. M.S. Salohitdinov, O’.N. Nasritdinov. Oddiy differensial tenglamalar. T. «O`zbekiston» , 1994 y.

2. A.Z.Mamatov, A.K.Karimov. Differensial tenglamalar bo’limi bo’yicha ma’ruza matni T.2005 y.

3. Sa’dullayev A., Mansurov H., Xudoyberganov G., Vorisov A., G`ulomov R. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to`plami. T.: “O`zbekiston”, 1993y.

4. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. –М.: НТ Пресс, 2006. -496с.

5. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. М., Горячая линия – Телеком, 2003.

6. Мартынов Н.Н. MATLAB 7: Элементарное введение. КУДИЦ-Образ, 2005г.