TAQSIMOT FUNKSIYA VA UNING ASOSIY XOSSALARI

Baxshullayeva Mohinur Shaxobiddinovna
Buxoro viloyati Shofirkon tumani
Kasb-hunar maktabining
Matematika f ani o'qituvchisi
Telefon: +998931575214

Annotatsiya: *Ushbu maqola taqsimot funksiya va uninga asosiy xossalari, ehtimollikning zichlik funksiyasi haqida to'liq ma'lumotlar keltirilgan.*

Kalit so'zlar: *taqsimot funksiya, zichlik, tasodifiy miqdor, Lebegco'lchovi, tekis taqsimlangan, uzuluksiz, diskret*

Tasodifiy miqdorning ta'rifiga ko'ra, ixtiyoriy B Borel to'plami $(B \in \mathcal{B})$ uchun

$$\xi^{-1}(B) = \{\omega : \xi(\omega) \in B\} \in \mathcal{F}.$$

Demak, ξ tasodifiy miqdor $(\mathbf{R}, \mathcal{B})$ o'lchovli fazoda $P_\xi(B) = P(\xi \in B)$ ehtimollikni aniqlaydi va $(\mathbf{R}, \mathcal{B}, P_\xi)$ ehtimollik fazosini hosil qiladi.

<u>Ta'rif.</u> $\{P_\xi(B), B \in \mathcal{B}\}$ ehtimolliklar ξ ***tasodifiy miqdorning taqsimoti*** deb ataladi. Agar *B* to'plam sifatida $(-\infty, x)$ oraliqni olsak, bu holda biz haqiqiy o'qda aniqlangan $F_\xi(x) = P_\xi\{(-\infty, x)\} = P(\omega : \xi(\omega) < x) = P(\xi < x)$ funksiyaga ega bo'lamiz.

<u>Ta'rif</u>. $F_\xi(x)$ funksiya ξ *tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi* deyiladi.

1-misol. ξ tasodifiy miqdor 1 va 0 qiymatlarni mos ravishda *p* va *q* ehtimolliklar bilan qabul qilsin (*p*+*q*=1), ya'ni $p = P(\xi = 1)$ va $q = P(\xi = 0)$. Bu holda uning taqsimot funksiyasi

$$F(x) = P(\xi < x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \le 0, \\ q, & \text{agar} \quad 0 < x \le 1, \\ 1, & \text{agar} \quad x > 1 \end{cases}$$

bo'ladi.

2-misol. $[a,b]$ kesmaga $([a,b] \subset \mathbf{R})$ tasodifiy ravishda nuqta tashlanmoqda, ya'ni $[a,b]$ ga tegishli qaysidir to'plamga nuqtaning tushish ehtimolligi bu to'plamning Lebeg o'lchoviga proporsional bo'lsin. Bu misol uchun $\Omega = [a,b]$ va $\mathcal{F}$ esa $[a,b]$ dagi Borel to'plamostilaridan iborat σ-algebradir. ξ tasodifiy miqdorni quyidagicha aniqlaymiz:

$$\xi(\omega) = \omega, \qquad \omega \in [a,b],$$

ya’ni ξ tasodifiy miqdor tashlangan nuqtaning $[a,b]$ dagi qiymatiga teng bo‘lib, o‘lchovli funksiya bo‘ladi. Agar $x<a$ bo‘lsa, $F(x)=P(\xi<x)=0$ bo‘ladi. Endi $x\in[a,b]$ bo‘lsin. U holda $(\xi<x)$ hodisa ro‘y berganda nuqta $[a,x)$ intervalga tushadi. Bu intervalga tushish ehtimolligi uning uzunligiga proporsional, ya’ni

$$F(x)=P(\xi<x)=\frac{x-a}{b-a}.$$

Agar $x>b$ bo‘lsa, $F(x)=1$ bo‘ladi.

Demak, $F(x)$ taqsimot funksiyasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x\le a, \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{agar} \quad a<x\le b, \\ 1, & \text{agar} \quad x>b. \end{cases}$$

Yuqoridagi taqsimot funksiyasi bilan aniqlangan ξ tasodifiy miqdor $[a,b]$ *oraliqda tekis taqsimlangan* deb ataladi.

Endi taqsimot funksiyasi xossalarini keltiramiz. ξ tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi $F(x)$ bo‘lsin. U holda $F(x)$ quyidagi xossalarga ega:

F1. agar $x_1\le x_2$ bo‘lsa, u holda $F(x_1)\le F(x_2)$ (*monotonlik xossasi*);

F2. $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)=0,\ \lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=1$ (*chegaralanganlik xossasi*);

F3. $\lim\limits_{x\to x_0-0}F(x)=F(x_0)$ (*chapdan uzluksizlik xossasi*).

<u>Isboti.</u> $x_1\le x_2$ uchun $\{\xi<x_1\}\subseteq\{\xi<x_2\}$ bo‘lganligi sababli F1 xossasi ehtimollikning 3) xossasidan (1.3-§ ga qarang) bevosita kelib chiqadi.

Tasodifiy miqdorlar orasidan chekli yoki sanoqli sondagi qiymatlarni qabul qiladiganlarini ajratib olamiz. Bunday tasodifiy miqdorlar diskret tasodifiy miqdorlar deyiladi. Musbat ehtimolliklar bilan $x_1,x_2,x_3,\dots$ qiymatlarni qabul qiluvchi ξ tasodifiy miqdorni to‘laligicha xarakterlash uchun $p_k=P\{\xi=x_k\}$ ehtimolliklarni bilish yetarli, ya’ni p_k ehtimolliklarni barchasi yordamida $F(x)$ taqsimot funksiyasini quyidagi tenglik yordamida topish mumkin:

$F(x)=\sum p_k$,

bu yerda yig'indi $x_k < x$ bo'lgan indekslar uchun hisoblanadi.

Ixtiyoriy diskret tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi uzilishga ega va ξ ning qabul qilishi mumkin bo'lgan *x* qiymatlarida sakrash orqali o'sib boradi. *F*(*x*) taqsimot funksiyaning *x* nuqtadagi sakrash miqdori *F*(*x*+0)–*F*(*x*) ayirmaga teng.

Agar ξ tasodifiy miqdor qabul qilishi mumkin bo'lgan ikkita qiymati interval bilan ajratilgan va bu intervalda ξ tasodifiy miqdorning boshqa qiymati bo'lmasa, u holda bu intervalda *F*(*x*) taqsimot funksiya o'zgarmas bo'ladi. Chekli sondagi qiymatlarni qabul qiluvchi ξ tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi *F*(*x*) ning grafigi zinapoya ko'rinishidagi qamaymaydigan to'g'ri chiziqdan iborat bo'ladi. Diskret taqsimot qonunini jadval ko'rinishida berish qulay bo'ladi, ya'ni

Qiymatlar	x_1	x_2	x_3	…
Ehtimolliklar	p_1	p_2	p_3	…

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. ZiyoNet axborot ta'lim tarmog'i.
2. "Oliy matematika"-uslubiy qo'llanma.