ИСПОЛЬЗУЙТЕ АЛГОРИТМ ФУРЬЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Маниёзов Ойбек Азатбоевич
Ассистент Ферганского филиала ТАТУ

Аннотация: *В данной статье с помощью эллиптических операторов решаются нелинейные дифференциальные уравнения гиперболического типа с граничными условиями с помощью прямого и обратного преобразования Фурье.*

В данной работе исследуется следующий вопрос.

Уравнение

$$u_{tt} = L_x u + f(x,t,u(x,t))$$

$u(x,0) = \Phi(x),$ (1)

$u_t(x,0) = \Psi(x).$ (2)

удовлетворяющие условиям

$u(x,t) \in C(R^n \times R^+)$ найдите функцию

Здесь

$$L_x(u) = \sum_{j=0}^{h} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(p_j(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)$$

эллиптический оператор, $p_j(x) \geq 0$

Мы изучаем следующую задачу для случая, когда n = 2 , и при применении этой задачи она доказывается и для случая, когда n — произвольный предел, а также n = 2.

этого уравнения

$$u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + f(x,y,t,u(x,y,t)) \quad x,y \in R^2 \quad t \in R^+ \qquad (1`)$$

$\Omega = R^2 \times R$ так что сейчас

$$u(x,y,o) = \Phi(x,y) \qquad u_t(x,y,o) = \Psi(x,y) \qquad (2`)$$

найти решение, удовлетворяющее начальным условиям .

Вот и все

$$u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + f(x,y,t) \qquad (3)$$

находим решение уравнения (2), удовлетворяющее начальным условиям. Для этого необходимо решить задачу (1)-(2) .

$$u(x,y,t) = v(x,y,t) + w(x,y,t) \qquad (*)$$

мы ищем слепого .

Это $v(x,y,t)$ работает

$$1)\, u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} \tag{4}$$

решение уравнения (2), удовлетворяющее условиям и $w(x,y,t)$ функции, имеет вид:

$$2)\ u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + f(x,y,t) \tag{5}$$

$$u(x,y.o) = 0, \qquad u_t(x,y,o) = 0 \tag{6}$$

решает проблему. При этом $u(x,y,t)$ пусть уравнение (3) является решением, удовлетворяющим условиям (2).

это в виду, мы решаем эти проблемы с помощью преобразований Фурье. Преобразования Фурье задаются следующими формулами.

$$\overline{F}(\lambda,\mu) = \frac{1}{2\pi}\int\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\lambda\xi+\mu\eta)} F(\xi,\eta)d\xi d\eta \text{ (я)}$$

$$F(\lambda,\mu) = \frac{1}{2\pi}\int\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i(\lambda\xi+\mu\eta)} \overline{F}(\xi,\eta)d\xi d\eta \text{ (II)}$$

Здесь F преобразование Фурье $\overline{F}$ является обратным преобразованием Фурье. Здесь показаны решение уравнения (4), удовлетворяющее условиям (2), и решение уравнения (5), удовлетворяющее условиям (6) . [6]

(3) , удовлетворяющее условиям (2), состоит из суммы решений уравнений (4) и (5)

$$u(x,y,t) = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t\int_0^{2\pi}(\Phi(\xi,\eta)+\Psi(\xi,\eta))\frac{r}{\sqrt{t^2-r^2}}drd\varphi + \frac{1}{2\pi}\int_0^t d\tau \iint_{r\le t-\tau}\frac{f(\xi,\eta,\tau)}{\sqrt{(t-\tau)-r^2}}d\xi d\eta$$

(7) появится. Если ввести в (7) следующие обозначения.

$$F(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t\int_0^{2\pi}(\Phi(\xi,\eta)+\varphi(\xi,\eta))\frac{r}{\sqrt{t^2-r^2}}drd\varphi;$$

$$G(\tau,u(\tau)) = \frac{1}{2\pi}\iint_{r\le t-\tau}\frac{f(\xi,\eta,\tau)}{\sqrt{(t-\tau)-r^2}}d\xi d\eta$$

посмотри в мои глаза

$$u(x,y.t) = F(t) + \int_0^t G(\tau.u(\tau))d\tau\,,\quad t\in[0;\infty) \tag{8}$$

будет как

Таким образом, основная проблема состоит в том, чтобы найти решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям (2). Когда наше уравнение однородно, его решение имеет вид (7), если оно неоднородно, его решение имеет вид (8).

Теперь обратимся к изучению уравнения (8). Для исследования существования и единственности решения уравнения (8) воспользуемся следующей вспомогательной леммой и теоремой .

Лемма: пусть $I \subset R$b — интервал , содержащий нуль в и $t \in I$ — $W : I \to R^{+}$ непрерывная функция и $M, \eta \in R$ для всех , $M > 0$ и $\eta > 0$

(β) $W(t) \le \eta + \int_0^t W(s)ds$ пусть неравенство выполнено. В таком случае

$\forall t \in I$ для с

$(\beta\alpha)$ $W(t) \le \eta e^{M|t|}$ неравенство актуально.

Описание: $\Omega \in R$, $\Omega` \in R$ открытые множества, $f : \Omega \times \Omega` \to R$ некоторое отражение f Будем говорить, что отражение удовлетворяет условию Липшица на $S \times S` \subset \Omega \times \Omega`$ множестве $x \in \Omega$, $(S \subset \Omega, S` \subset \Omega`)$ если $\exists M > 0$ оно существует и неравенство выполняется $x` \in S`$ равномерно $\|f(x, x`) - f(y, x`)\| \le M\|x - y\|$ для всех. Кроме того, если $\alpha(x`) > 0$ Говорят, что функция удовлетворяет условию Липшица , даже если неравенство $f$ выполнено $\|f(x, x`) - f(y, x`)\| \le \alpha(x`)\|x - y\|$.

Теорема: $\Omega \in R^2$, $\Omega` \in R^2$ открытые наборы , $I \subset R$ быть открытым интервалом и принять 0 и $f : \Omega \times I \times \Omega` \to R$ $f \in C(\Omega \times I \times \Omega`)$ двумерное непрерывное отражение: мы обозначаем $\Omega \times I \times \Omega`$ точку в (x, t, z). $((x, t, z) = (x_1, x_2, ..., x_n, t, z_1, z_2 ..., z_m))$ Пусть функция удовлетворяет f условию Липшица на t, z произвольных $K \subset \Omega, K` \subset \Omega`$ компактах $K \times I \times K`$ равномерно x по .

Затем идет интервал между $z \in K`$ необязательным $x_0 \in \Omega$ и $K` \subset \Omega`$ компактным $I_0 = \{t : |t| < E\}$ для необязательного.

(γ) $f(x(t, z), t, z) = \dfrac{\partial x(t, z)}{\partial t}$, $x(0, z) = x_0$ является единственным непрерывным, удовлетворяющим условию $I_0 \to \Omega$, $t \to K(t, z)$ Есть отражение. Кроме того, $I_0 \times K` \to \Omega$ рефлекторное $(t, z) \to x(t, z)$ отражение является непрерывным.

Теорема : 1) пусть $G(x, y, t, u)$ функция удовлетворяет условиям Каратеодори. 2) $\|G(x, y, t, u) - G(x, y, t, \upsilon)\| \le C(x, y, t)\|u - \upsilon\|$ здесь $\int_0^t (\int_{R^2} C|x, y, t|^2 dx)^{\frac{1}{2}} dt < +\infty$

3) $\int_0^t (\int_{R^2} |G(x, y, t) \cdot u(x, y, t)|^2 dxdy)^{\frac{1}{2}} dt < +\infty$

4) $\Phi(x,y)$, $\psi(x,y)$ функции и их интегралы Фурье $\frac{1}{2\pi}\int_0^t\int_0^{2\pi}\Phi(\xi,\eta)\frac{r}{\sqrt{t^2-r^2}}drd\varphi<+\infty$

$\frac{1}{2\pi}\int_0^t\int_0^{2\pi}\psi(\xi,\eta)\frac{r}{\sqrt{t^2-r^2}}drd\varphi<+\infty$ быть сходящимися.

Тогда решение уравнения (8) существует и единственно.

Доказательство $u(t)\equiv z(t)$ единственности $t\in[0;\infty)$: Пусть уравнение (8) имеет еще одно $u=z(t)$ решение (вектор-функция) $t\in[0;\infty)$, удовлетворяющее условиям (2) $u(t),z(t)$.

$$u(t)=u_0+\int_0^\infty f(\tau,u(\tau))d\tau,\ z(t)=u_0+\int_0^\infty f(\tau,u(\tau))d\tau$$

Для дальнейшего рассмотрения модуль вектор-функции , неравенство Коши, инварианты Лагранжа и условия Липшица

$|f(t,u(t))-f(t,z(t))|\le nL|u(t)-z(t)|$ мы используем В результате $\tau\in[0,t]$ все в порядке

$$\|u(t)-z(t)\|=\left\|\int_0^t f(\tau,u(\tau))d\tau-\int_0^t f(\tau,z(t))d\tau\right\|\le\left\|\int_0^t|f(\tau,u(\tau))-f(\tau,z(t))|d\tau\right\|\le nL\int_0^t\|u(\tau)-z(\tau)\|d\tau$$

$\|u(t)-z(t)\|\le nL\int_0^t\|u(\tau)-z(\tau)\|d\tau$ мы получаем неравенство. Отсюда $[0;t]$ следует , что даже $u(t)\equiv z(t)$ если мы применим лемму Гронуолла $[0;t]$ на интервале доказывается так же, как и выше, что доказывает единственность решения.

Существование решения $[1],[3],[4],[5]$ указано в .

ЛИТЕРАТУРА:

1. Д.Х.Каримов,Б.СКалонов. Оприближенном ресҳении смесҳанной задасҳи для одного квазилинейного вырождающегося уравнения выссҳего порядка «Исоледования по п проблемам физико-математисҳеских наук», Сборник наусҳниных трудов Тасҳкенцкого ГПИ им,Низоми,1978г,том №240 стр.4-10

2. К.Б.Бойкузиев. Дифференциал тенгламалар.

Тосҳкент-«Укитувсҳи» 1983й ,350 бет.

3. Г.И.СҲандиров. Об одном обобщении неравенства Гронуолла и его применениях.Усҳеные записки АзГУ,серия физ.мат и хим. наук, №6, 1958г Баку.

4. К.Х.СҲабадиков. О разресҳимости смесҳанной задасҳи для одного нелинейного уравнения сҳетвертого порядка и непреривнои зависимости ресҳения от параметра. «Исоледования по п проблемам физико-математисҳеских наук», Сборник наусҳниных трудов Тасҳкенцкого ГПИ им,Низоми,1978г,том №240 стр.23-28

5. Нарасимхон Р. Анализ на действительних икомплексных многообразиях. Москва «Мир» 1971г,231 стр

6. Б.М.Будак. А.А.Самарский, А.Н.Тихонов Сборник задасҳ по математисҳеской физике. Масква 1972г,687 стр

7. Nasriddinov, O., Maniyozov, O., & Bozorqulov, A. (2023). XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING UMUMIY YECHIMNI TOPISHNING XARAKTERISTIKALAR USULI. *Research and implementation*.

8. Jo’raeva, D. (2022). BUZILADIGAN ODDIY DIFFERENTSIAL TENGLAMA UCHUN BIRINCHI CHEGARAVIY MASALA. O'ZBEKISTONDA FANLARARO INNOVATSIYALAR VA ILMIY TADQIQOTLAR JURNALI, 2(13), 456-461

9. Saidov, M., & Isroilov, S. (2023). TO’RTINCHI TARTIBLI BIR JINSLI BO’LMAGAN TENGLAMA UCHUN ARALASH MASALA. Research and implementation

10. Yusupov, Y. A., Otaqulov, O. H., Ergashev, S. F., & Kuchkarov, A. A. (2021). Automated stand for measuring thermal and energy characteristics of solar parabolic trough concentrators, Appl. *Sol. Energy*, *57*, 216-222.