SOME NOTES ON THE GIBBS MEASURE FOR NUMERICAL MODELS

SANOQLI MODDELLAR UCHUN GIBBS O'LCHOVI HAQIDA AYRIM MULOHAZALAR

Bozorqulov Adhamjon Abdujabborovich
TATUFF o'qituvchisi,
adham87_uz@mail.uz, +998945538557
Maniyozov Oybek Azatovich
TATUFF o'qituvchisi,
maniyozovo@gmail.com, +998972717123

Annotatsiya: *Ushbu maqolada o'lchovlar sistemasi, Kolmogorov fundamentar teoremasi, ehtimollik o'lchovi mavjud bo'lgan, ya'ni gamil'tonian yordamida topilgan ifodalar haqida umumiy tushunchalar keltirilgan. Ehtimollik o'lchovlari o'rganilgan, Markov zanjiri va Gibbs limit o'lchovi deb ataladigan trivial xususiy hollar batafsil tahlil qilingan va ularga doir bir qator misollar keltirilgan.*

Kalit so'zlar: *tasodifiy jarayonlar, o'lchovli to'plamlar, maydon, ehtimollik o'lchovlari, Gamil'tonian, σ algebrasi, qator, raqobatlashuvchi, potensial, kompakt, o'lchovli funksiya, topologiya, Markov zanjiri, Ferromagni Izing modeli, konfiguratsiyalar, Gibbs taqsimoti*

Abstract: *The article gives general concepts about the measurement system, Kolmogorov's main theorem and expressions with a probability measure, i.e. expressions found using the Hamiltonian. Probability measures are studied, trivial special cases, called the Markov chain and the Gibbs limit measure, are analyzed in detail, and a number of examples are given.*

Keywords: *random processes, dimensional sets, field, probability measures, Hamiltonian, s-algebra, competing series, potential, compact, dimensional function, topology, Markov chain, ferromagnetic Ising model, configurations, Gibbs distribution*

Tasodifiy jarayonlar nazariyasi chekli o'lchovli taqsimotlar bilan jarayon xossalarini o'rganish masalasini ko'radi. Klassik mexanikada biz shunga o'xshash holatdagi masalalarga duch kelamiz. Bu yerda nazariya asosida, biror soha tashqarisida fiksirlangan qiymatli protsess yoki maydon, shart asosidagi tasodifiy jarayon yoki tasodifiy maydonni, shu soha ichidagi bo'lishi mumkin bo'lgan shartli

ehtimollik o'lchovlarini topish mumkin bo'lgan, gamil'tonyan deb ataluvchi tushuncha yotadi [1].

Asosiy muammo shundan iboratki, birinchidan, hech bo'lmasa bitta ehtimollik o'lchovi mavjud bo'lganida, ya'ni gamil'tonian yordamida topilgan ifoda uchun, unga javob beruvchi ehtimollik o'lchovlarini o'rganish bilan

Ikkinchidan, bu kabi aniqlangan ehtimolliklar o'lchovlari to'plamlari strukturasini o'rganish bilan shug'ullanadi. Bu yerda, shunga o'xshash o'tuvchi ehtimolliklar sistemasi ehtimollik o'lchovlarini qurish masalalari ham yechiladi.

Bunda biz ko'ramizki, barcha chekli Markov zanjiri nazariyasi musbat ehtimollik o'tishlari bilan keyinchalik Gibbs limit o'lchovi deb ataladigan trivial xususiy holga o'tkaziladi. Gamil'tonianni esa tabiiy o'tuvchi ehtimolliklarni umumlashmasi sifatida, aniqrog'i esa uning logarifmi deb ko'ramiz [2-5].

Aniq tarifga o'tamiz, diskret vaqtli tasodifiy maydonni ko'raylik. Quyidagi d- o'lchovli panjarada aniqlangan φ = (x) funksiyalardan tuzilgan Ω fazoni ko'ramiz. Boshqa holatni ko'riladigan bo'lsa uni maxsus aytamiz. Shuning uchun, qoidaga ko'ra x = ($x1$, $x2$, $x3$, … , xd) nuqta, zd-butun sonlar panjarasida

$|x'' - x'|$ = max $|x' - x''|$

1≤i≤d i i

xF,xFF∈Zd

metrika bilan yuradi deb o'ylaymiz. Aksincha, fazo ko'rinishi (x) ning mumkin bo'lgan qiymatlari nazariyasini sezilarli darajada osonlashtirish yoki qiyinlashtirish mumkin.

Quydagi asosiy xususiy holatlarni belgilaymiz.

1. F- chekli to'plam.
2. F- kompakt metrik fazo, xususan tabiiy Borel to'plamlari σ algebrasini kompaktli gruppalarni bir jinsli fazosi.
3. F=R' yoki Rn , Borel to'plamlari σ algebrasi bilan oxirgi holda ba'zan vector modellar x- da gapiriladi.
4. Ω fazo σ o'lchovli qism to'plamlarni σ algebrasili o'lchovli fazo bo'ladi. φ =

{(x)} funksiya sistemaning konfiguratsiyasi deb ataladi, ya'ni : Zd → F, $\varphi\epsilon$Ω . V⊂Zd qism to'plamdagi chegaralangan φ ni (V) kabi belgilaymiz, ya'ni (V) =

{$\varphi(x)$; $x\epsilon V$}. Barcha bu kabi (V) fazoni Ω(V) bilan belgilaymiz.

Endi faraz qilaylik, V⊂ Zd bo'sh bo'lmagan, chekli qism to'plamlar uchun (V)

konfiguratsiyada aniqlangan T($\varphi(V)$) funksiya berilgan bo'lsin. Bu funksiya qiymati

(x) o'zgaruvchining V to'plamdagi mos ta'sir etuvchi energiyasi deymiz. T($\varphi(V)$) funksiyalar naborini potensial deb aytamiz. Ixtiyoriy $x0 \in Zd$ nuqta quydagi yig'indini hosil qilamiz [4-11].

1

U ((x0); (x), $x \neq x0$) = ∑ $|V|$ ((V))

Bu yerda yig'indi x0 ni o'ziga oluvchi barcha V chekli qism to'plamlar bo'yicha olinadi. U ((x0); (x), $x \neq x$0) miqdor (x0) o'zgaruvchini barcha , $\varphi(x)$, $x \in Zd$ o'zgaruvchilar bilan o'zaro ta'sir energiyasi yoki potensialini hosil qiladi.

Umumiy holatda,V ni aniqlovchi qator uzoqlashuvchi ham bo'lishi mumkin. F kompakt bo'lganda biz qatorni absolyut yaqinlashuvchi bo'lgan potensiallar bilan ish ko'ramiz.

Bu uchun har qaysi V ni

$const.\ k$

$$\mathrm{Sup}|(\varphi(V))| \leq Pad\ Ck{-}2$$
$$\varphi(V)$$
$$Pa$$

deb olish yetarlidir, bu yerda p-V ning diametri, $k - |V|$, $a > 1$ - o'zgarmas.

1. Misol: Binar ta'sir. Agar T $|V|$ = 2 da noldan farqli bo'lsa, u holatda T potensialini binar ta'sir deb ataymiz. V(S',S'') uchun yuqoridagi shart ushbu holda bo'ladi:

$$|T(\varphi(S'), \varphi(S''))| \leq \quad cosnt$$
$$\|S' - S''\|ad$$
$$;\ a > 1.$$

2- Misol: Radius ta'sirli. Agar diam V>R tensizlik bajariladigan R son topish mumkin bo'lsaki, unda T potensial uchun T($\varphi(V)$) = 0 bo'lsin. Yuqoridagi shartli eng kichik son radius ta'sir deb ataladi. Bunday holda U ni aniqlaydigan yig'indi chekli va barcha φ larda ma'noga ega bo'ladi.

Agar bunday R mavjud bo'lmasa, u holda T ni cheksiz radiusli o'zaro raqobatlashuvchi potensial deyiladi. O'zaro ta'sir radiusi cheksiz bo'lganda esa, U uchun qator (x) o'zgaruvchining cheksiz o'sishi hisobiga uzoqlashuvchi bo'lishi mumkin.

Ixtiyoriy chekli to'plam W uchun [12-25]

$$H(\varphi(W)) = \sum T(\varphi(V))$$
$$V \subseteq W$$

deb olamiz va $H(\varphi(W))$ ni φ konfiguratsiyaning energiyasi deb ataymiz.

$$H\ (\varphi(W)\varphi(Zd - W)) = \qquad \sum \qquad T(\varphi(V))$$
$$V \cap W \neq$$
$$V \cap (Zd{-}W) \neq$$

ushbu yig'indini $\varphi(W)$ bilan $\varphi(Zd - W)$ konfiguratsiyalarning o'zaro ta'sir energiyasi deb ataymiz, bunda chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi deymiz. Yuqorida faraz qilinganiga ko'ra F kompakt bo'lganda bu qiymat doim chekli bo'ladi. Agar ta'sir radiusi R chekli bo'lsa, u holda oxirgi yig'indida W dan R masofadan uzoqlashmaydigan qism to'plamlar qatnashadi.

$$H\ (\varphi(W)\varphi(Zd - W))$$

Qiymatga mos keluvchi qator absolyut yaqinlashuvchi bo'lsa, umumiy holatdada bu qiymat aniqlangan deb aytamiz.

$$H(\varphi(W)) + H\ (\varphi(W)\varphi(Zd - W))$$

Qiymatga (W) konfiguratsiyaning ($Zd - W$) chegaraviy shart asosidagi to'liq energiyasi deb ataymiz.

Quydagi qatorni ko'ramiz.

$$H(\varphi) = \sum\ T(\varphi(V)) = \ \sum U(\varphi(x); \varphi(y), y \neq x)$$
$$V \subset Zd \quad x\mathrm{g}Zd$$

ushbu holda yig'indi V ning hamma bo'sh bo'lmagan qism to'plamlari bo'yicha olinadi.

Bu qator gamil'tonian deb ataladi. Uni hech bir ma'noda Ω ga berilgan funksiya deb qarash mumkin emas, bu biz uchun kerak ham emas. Bizga muhimi shuki, H yordamida

$((W))$ va

$$H(\varphi(W)) + H\ (\varphi(W)\varphi(Zd - W))$$

larni topishimiz mumkin.

Xususan, (φ') − (φ'') ayirma ham φ' va φ'' konfiguratsiyalar deyarli ustma-ust tushadigan holda, ya'ni ustma-ust tushmaydiganlar to'plami chekli bo'lganida ma'noga ega bo'ladi [26-35].

Bu asosiy misol bo'ladi.

Gamil'tonian simmetriyasi gruppasi nazariyasining ko'p masalalarida va tadbiqlarida asosiy tushunchalardan gamil'tonian simmetriyasi gruppasidir.

$(Ty,\ y\epsilon Zd)$ - Ω fazoni fazoviy siljitish gruppasi bo'lsin, ya'ni $(Ty\varphi)(x)$ =

$(x - y)$ bo'lsin.

Gamil'tonian (φ) translyatsion invariant deyiladi, agar (φ) = $(Ty\varphi)$ shart barcha $y\epsilon Zd$ larda bajarilsa, ya'ni agar $(\varphi(V))$ = $T((Ty\varphi)(V\ +\ y))$ boshqacha qilib aytadigan bo'lsak $T(\varphi(V))$ funksiya panjara bo'yicha V qism to'plamni

siljitilgan to'plamlari uchun aynan bir xil bo'lsa. Binar ta'sir bo'lgan holda translyatsion invariantlik $((x'),\ (x''))$ funksiyaning ko'rinishi faqat x''-x' ayirmaga bog'liq ekanini anglatadi.

Umumiy holatda $Zd - Zd$ ning chekli indeksli qism gruppasi bo'lsin va

$\{Ty,\ y\epsilon Zd\}$- unga mos gruppa fazoviy siljish gruppasi bo'lsin. Gamil'tonian H davriy (aniqrog'i Zd - davriy) deyiladi, agar (φ) = $(Ty\varphi)$ ushbu tenglik barcha $y\epsilon Zd$

00

uchun bajarilsa. Bu fiksirlangan V ga $((V + y))$ funksiya ko'rinishida Zd - qism

gruppa bo'yicha y qo'shni sinflarga bog'liq ekanligini bildiradi.

Endi F qiymatli fazoda G gruppa ta'sir ko'rsatsin deylik. Bu ta'sirni barcha Ω ga davom ettiramiz, bunda $(g\varphi)(x)$ = $g\varphi(x)$ $\forall g\epsilon G$ deb olamiz.

H gamil'tonianni G - invariant deymiz, agar $(g\varphi)$ = (φ) $\forall g\epsilon G$ uchun bajarilsa, ya'ni $((V))$ = $T((g\varphi)(V))$ bo'lsa.

3- Misol : F = {−1; 1} bo'lsin. Bu asosiy misol bo'ladi. G - gruppa ikkita elementlardan iborat bo'lsin: almashtirish natijasida e va simmetrik gφ = $-\varphi$, ya'ni (gφ)(x) = $-\varphi(x)$ $\forall x$ uchun bo'lsin. Bu holdagi simmetriya odatda ≤ ±≥ simmetriya deyiladi. Agar F = $-F \subset R1$ bo'lsa, u holatda ixtiyoriy binar ta'sirli gamil'tonian

$H(\varphi)$ = $\sum T(x',\ x'')\varphi(x')\varphi(x'')$

G - invariant bo'ladi.

Endi umumiy holatdagi ta'rifni beramiz. G - F fazoda o'lchovli holatda ta'sir ko'rsatadigan topologik gruppa bo'lsin. Bu shuni anglatadiki, ∀ f - F dagi o'lchovli funksiya uchun f (gφ) funksiya G× F to'g'ri ko'paytmaga o'lchovli funksiya bo'ladi..

Ω fazoni almashtiruvchi G gruppani ko'raylik. Bu yerda $\hat{g}\epsilon G$ yagona almashtirish $Z\epsilon Zd$ va Zd * G qiymatli g(y) funksiya bilan belgilanadi.

$\hat{g}$ = $(z,\ (y))$almashtirish φ konfiguratsiyaga $(\hat{g}\varphi)(x)$ = $g(x)\varphi(x - z)$, $x \in$

Zd funksiya bilan ta'sir ko'rsatadi.

G da tabiiy holatdagi topologiyani kiritish mumkin, bunda y topologik gruppa bo'lib qoladi. Ushbu topologiyada $\hat{g}n = (zn, gn(y))$ ketma-ketlik $\hat{g} = (z, g(y))$ elementga yaqinlashadi, agar $\exists N$ topilib $n > N$ larda $zn = z$, hamda $n \to \infty$ da

$(y) - (x)$ funksiyaga $y \in Zd$ da tekis yaqinlashsa.

Ixtiyoriy V chekli qism to'plam uchun va $\hat{g} = (z, g) \in G$ almashtirish uchun quydagi tenglikni bajariladi.

$(\hat{g}\varphi)(V) = ((\hat{g}\varphi)(y), y\epsilon V) = (g(y)\varphi(y - z), y\epsilon V) = (g(z + y)\varphi(y), y\epsilon V - z)$

Oxirgi ifodada $\hat{g}(V - z)$ bilan belgilaymiz.

Ta'rif: S yopiq qism gruppa G gruppaning qism gruppasi bo'lsin. (φ) potensial S invariant deyiladi, agar $\forall \hat{g} = (z, g) \subset$ va ixtiyoriy chekli qism gruppa V va $\forall \varphi \in \Omega$ konfiguratsiya uchun

$T(\varphi(V)) = T((\hat{g}\varphi)(V - z))$

tenglik o'rinli bo'ladigan bo'lsa. Gamil'tonianlarga misollar.

3-misol. Bir o'lchovli Markov zanjiri.

Faraz qilaylik, Ω r ta holatli Markov zanjirini o'zlashtirilishlari fazosi bo'lsin, ya'ni F - to'plam r ta elementdan iborat bo'lsin. Ω dagi P o'lchov esa ehtimollik o'tishlar matritsasi $P = \|\pi ij\|$ bilan statsionar Markov zanjiriga javob beruvchi o'lchov bo'lsin. Hamda $\pi = \{\pi 1, \pi 2 \pi 3 \dots , \pi r\}$ statsionar bo'lsin. Soddaligi uchun

$\pi ij > 0$ bilan chegaralangan.

$V = \{k, k + 1, \dots , k + m\}$ uchun ixtiyoriy konfiguratsiya $\varphi(V) = (\varphi(k), \varphi(k + 1), \dots , \varphi(k + m))$ ga teng.

Gamil'tonianni kiritamiz.

$$(\varphi) = -\sum_{t=-\infty}^{t=\infty} \varphi(i)\varphi(i+1)$$

funksiya $T(\varphi(V))$ yuqoridagi misolaa noldan farqli bo'ladi va faqat agar $V = (i, i + 1)$

$$((i), (i + 1)) = l(i)\varphi(i+1)$$

bo'lsa. Bu yozilgan Markov zanjirini gamil'toniani deyiladi.

2. d o'lchovli Iril model. F fazo ikkita 1va -1 ni qabul qiluvchi (x) funksiyaning qiymatlar to'plamidan iborat bo'lsin, ya'ni $F = \{-1,1\}$. Quydagicha gamil'tonianni ko'ramiz. $(\varphi(V)) = (x)(y)$ $V = (x, y)$, $\|x - y\| = 1$ dan boshqa holda nolga teng bo'lsin. Bu holat esa

$$T(\varphi(V)) = J\varphi(x)\varphi(y) ,$$

ya'ni

$$H = J \sum_{\substack{(x,y): \\ \|x-y\|=1}} \varphi(x)\varphi(y)$$

Bunday gamil'tonianli sistema d - o'lchovli Izing (nol tashqi maydonli) J < 0 bo'lganida y Ferromagnit Izing modeli, J > 0 bo'lganda y antiferromagnit Izing modeli deyiladi. H gamil’tonian translyatsion invariant bo’ladi va Z2 simmetrik gruppani o’tkazib yuboradi. Bunda Z2 ikkita elementdan iborat e - ayniy almashtirish va g simmetriya bunda $(g\varphi)(x) = -\varphi(x)$. Bu ≤ ±≥ simmetriya gruppasidir.

Quyidagi gamil’tonianli L tashqi maydonli modelni:

$$H = J \quad \sum \quad \varphi(x)\varphi(y) + h \sum \varphi(x)$$

Bu holda gamil’tonian faqat translyatsion invariant bo’ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. G.I. Botirov, U.A. Roziqov, Potts model with competing interactions on the Cayley tree: The countour method, Teor. Math. Phys. 153(1) (2007), 1423-1433
2. Botirov G.I., Qayumov U.U., Energy of unit balls for Potts model on a Cayley tree // Abstracts of the Conf. of Scientific Reports ”New Theorems of Young mathematicians - 2013”, 15-16 April 2013, p. 100-101..
3. U.A. Roziqov, Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific. 2013
4. Botirov G.I.: Ground states for Potts model with competing interactions on Cayley tree // Uzbek Math. Jour. No.4, (2011), pp.59-65.
5. Rasulov X.R. Qualitative analysis of strictly non-Volterra quadratic dynamical systems with continuous time // Communications in Mathematics, 30 (2022), no. 1, pp. 239-250.
6. Мадибрагимова, и., бозоркулов, а., & махмудов, у. (2023). методы преобразования непрерывных случайных величин. research and implementation.
7. Madibragimova, i. m. (2023). problem learning in mathematics classes. international journal of advanced research in education, technology and management, 2(4).
8. Madibragimova, i. m. (2023). matematika darslarida muammoli ta'lim. principal issues of scientific research and modern education, 2(6).
9. Maniyozov , o., shokirov , a., & islomov , m. (2023). matritsalarni arxitektura va dizayn soxasida tatbiqi. research and implementation. извлечено от https://fer-teach.uz/index.php/rai/article/view/1007
10. Xalilov, d., nasriddinov, o., & isomiddinova, o. (2023). maple dasturida differensial tenglamalarni sonli yechimini eyler usulidan foydalanib topish. research and implementation.