

УДК539.3

## ДЕЙСТВИЕ ИЗГИБА И СЖАТИЯ В ПЛАСТИНАХ, ПОДКРЕПЛЕННЫХ ПО КОНТУРУ УПРУГИМИ ТОНКОСТЕННЫМИ СТЕРЖНЯМИ

Кучкоров Собиржон Каримжонович

Наманганский инженерно-строительный институт. Т.ф.ф.д PhD.

qosobirjon@gmail.com +998941590032

Райимбердиев Умиджон Хабибуллаевич

Наманганский инженерно-строительный институт. Студент 67-ҚСХТС-22

Долимов Хуршидбек Абдуолим угли

Наманганский инженерно-строительный институт. Студент 19-QXM-21

**Аннотация:** В работе рассмотрена задача о сжато-изогнутой пластине, что края . шарнирно уперты на жесткие опоры, а края . упруго защемлены с тонкостенными стержнями открытого профиля.

**Annotation:** In this article, free oscillation of the plate is considered when the sides of , a are hinged and other sides of are free. Free sides connected with thin, open profile rods.

**Ключевые слова.** Сжатая, Сжато-изогнутая, растянутая, пластина, упругое защемление, шарнирно-опертая, крутильные, изгибные, подкреплённых, неподкреплённых, края, жесткость.

**Keywords:** Compressed, Compressed-curved tension, plates, elastic pinching, hinged, torsional, bending, reinforced, unreinforced, edges, rigidity.

Рассмотрим задачу о сжато-изогнутой пластине, что края . шарнирно оперты на жесткие опоры, края . жестко скреплены с упругими тонкостенными стержнями открытого профиля (рис.1).

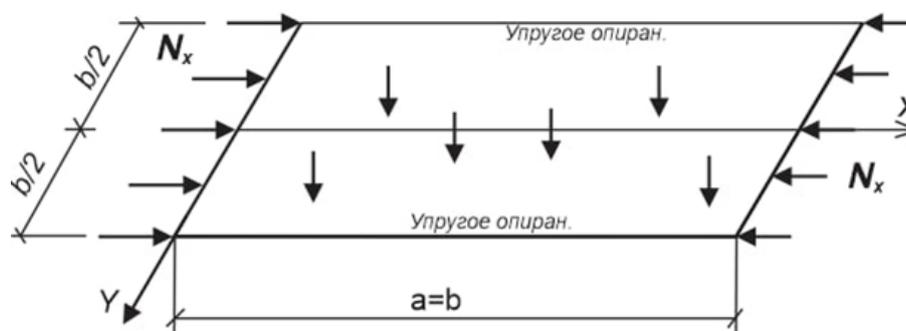


Рис.1. Сжато-изогнутая пластина

Рис.1. Сжато-изогнутая пластина

Пусть нагрузка приложена к краям . Уравнение задачи при этом имеет вид

$$D\nabla^2\nabla^2w + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = q(x, y) \quad (1)$$

Решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям шарнирного опирания краев имеет известную форму

$$w(x, y) = \sum_{n=1,2}^{\infty} f_n(y) \sin \lambda_n x, \quad \lambda_n = \frac{n\pi}{a} \quad (2)$$

Поперечную нагрузку представим в виде ряда Фурье

$$q(x, y) = \sum_{n=1,2}^{\infty} q_n(y) \sin \lambda_n x \quad (3)$$

где коэффициенты этого ряда

$$q_n(y) = \frac{2}{a} \int_a^0 q(x, y) \sin \lambda_n x dx \quad (4)$$

Подставляя (2) и (3) в (1) получим уравнение для определения функции  $f_n$

$$f_n^{IV} - 2\lambda_n^2 f_n'' + \lambda_n^2 \left( \lambda_n^2 - \frac{N_x}{D} \right) f_n = \frac{q_n(y)}{D} \quad (5)$$

В дальнейшем, для простоты, примем , тогда из (4) получим

$$q_n = \frac{4q}{n\pi}, \quad (n = 1, 3 \dots)$$

Решение уравнения (5) зависит от вида корней характеристического уравнения. В этом свете ниже рассмотрим два варианта.

I вариант. Пусть  $N_x < \lambda_n^2 D$  тогда все корни характеристического уравнения, составленного для (5), будут вещественными, и поэтому решение можно записать в форме

$$f_n(y) = C_1 \operatorname{ch} \alpha_n y + C_2 \operatorname{sh} \alpha_n y + C_3 \operatorname{ch} \beta_n y + C_4 \operatorname{sh} \beta_n y + f_{ч.р} \quad (6)$$

где частное решение имеет вид

$$f_{ч.р} = \frac{4q}{[Dn\pi\lambda_n^2 \left( \lambda_n^2 - \frac{N_x}{D} \right)]}$$

В (6) обозначено

$$\alpha_n = \lambda_n \sqrt{1 + \sqrt{\frac{N_x}{D\lambda_n^2}}} \quad \beta_n = \lambda_n \sqrt{1 - \sqrt{\frac{N_x}{D\lambda_n^2}}} \quad (8)$$

II. вариант. Пусть теперь , тогда одна пара корней характеристического уравнения будет вещественной, а вторая - мнимой. В этом случае решение уравнения (5) имеет вид

$$f_n(y) = C_1 \operatorname{ch} \alpha_n y + C_2 \operatorname{sh} \alpha_n y + C_3 \cos \beta_n y + C_4 \sin \beta_n y + f_{\text{ч.п}} \quad (9)$$

$$\beta_n = \lambda_n \sqrt{\sqrt{\frac{N_x}{D \lambda_n^2}} - 1} \quad (10)$$

Частное решение  $f_{\text{ч.п}}$  и параметр  $\alpha_n$  даются формулами (7), (8).

III вариант, когда,  $N_x = \lambda_n^2 D$  отдельно не рассматривается, ибо к нему можно сколь угодно близко подойти из I, либо II вариантов.

Граничные условия упругого защемления и упругого опирания краев  $y = \pm \frac{b}{2}$ :

Условия упругого защемления на краях  $y = \pm \frac{b}{2}$ :

$$f_n^I = \frac{\mu \lambda_n^2 f_n - f_n^{II}}{t_k b \lambda_n^2}, \quad (11)$$

$$\text{где } t_k = \frac{C_k}{d_k} \left(1 + \frac{\lambda_n^2}{k^2}\right), \quad C_k = \frac{G J_k}{D b}, \quad k^2 = \frac{G J_k}{E J_\omega}, \quad (12)$$

$$d_k = 1 \text{ при } \frac{d^2 \theta}{dx^2} \Big|_{x=0,a} = 0 \quad (13)$$

$$d_k = 1 - \frac{2ka}{n^2 \pi^2 - k^2 a^2} \left\{ \frac{[1 - (-1)^n] \operatorname{sh} ka}{\operatorname{ch} ka - 1} + \frac{[1 + (-1)^n] ka (1 - \operatorname{ch} ka)}{2(\operatorname{ch} ka - 1) - k a \operatorname{sh} ka} \right\} \text{ при } \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=0,a} = 0 \quad (13a)$$

Условия упругого опирания на краях  $y = \pm \frac{b}{2}$ :

$$f_n = \frac{f_n^{III} - (2 - \mu) \lambda_n^2 f_n^I}{t_u b \lambda_n^4}, \quad (14)$$

$$\text{где } t_u = \frac{C_u}{d_u (1 + \lambda_n^2 \frac{k_2^2}{k^2})}, \quad C_u = \frac{E J_y}{D b}, \quad k_2^2 = \frac{G F}{E J_y}, \quad (15)$$

$$d_u = 1 \text{ при } \frac{d^2 w_{\text{н.с.}}}{dx^2} \Big|_{x=0,a} = 0, \quad (16)$$

$$d_u = 1 - \frac{16 + 8(-1)^n}{n^2 \pi^2} \text{ при } \frac{dw_{\text{н.с.}}}{dx} \Big|_{x=0,a} = 0. \quad (16a)$$

Подчиним теперь каждую из функций  $f_n(y)$  по (6) и (7)

граничным условиям (11) и (14). Для упрощения решения используем симметрию задачи и положим  $C_2 = C_4 = 0$ . В результате придем к следующим уравнениям относительно констант  $C_1, C_3$ :

I вариант

$$\left. \begin{aligned} C_1(A_n ch\xi + 2t_k \psi^2 \xi sh\xi) + C_3(B_n^{(-)} ch\eta + 2t_k \psi^2 \eta sh\eta) &= \mu \psi^2 f_{ч.р} \\ C_1(t_u \psi^4 ch\xi - 2C_n \xi sh\xi) + C_3(t_u \psi^4 ch\eta - 2D_n^{(-)} \eta sh\eta) &= -t_u \psi^4 f_{ч.р} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

II вариант

$$\left. \begin{aligned} C_1(A_n ch\xi + 2t_k \psi^2 \xi sh\xi) - C_3(B_n \cos\eta + 2t_k \psi^2 \eta \sin\eta) &= \mu \psi^2 f_{ч.р} \\ C_1(t_u \psi^4 ch\xi - 2C_n \xi sh\xi) + C_3(t_u \psi^4 \cos\eta - 2D_n \eta \sin\eta) &= -t_u \psi^4 f_{ч.р} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

В (17), (18) введены следующие обозначения

$$\begin{aligned} A_n &= 4\xi^2 - \mu\psi^2, \quad B_n = 4\eta^2 + \mu\psi^2, \quad \xi = \frac{\alpha_n b}{2}. \\ B_n^{(-)} &= 4\eta^2 - \mu\psi^2, \quad C_n = 4\xi^2 - (2 - \mu)\psi^2, \quad \eta = \frac{\beta_n b}{2}. \\ D_n &= 4\eta^2 + (2 - \mu)\psi^2, \quad D_n^{(-)} = 4\eta^2 - (2 - \mu)\psi^2, \quad \psi = \lambda_n b \end{aligned} \quad (19)$$

Найдя из (17) и (18) постоянные  $C_1, C_3$  можно выражение для прогиба (2) представить в окончательной форме

I вариант ( $N_x < \lambda_n^2 D$ )

$$\begin{aligned} w(x, y) &= \frac{4qb^4}{\pi^5 D} \sum_{n=1.3..}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n x}{n^5 \left(1 - \frac{4N_x a^2}{N_x n^2 b^2}\right)} \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{\psi^2 [(B_1 t_u \psi^2 + B_2 \mu) ch \beta_n y - (B_3 t_u \psi^2 + B_4 \mu) ch \alpha_n y]}{B_1 B_4 - B_2 B_3} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} B_1 &= (4\xi^2 - \mu\psi^2) ch\xi + 2t_k \psi^2 \xi sh\xi, \\ B_2 &= t_u \psi^4 ch\xi - 2[4\xi^2 - (2 - \mu)\psi^2] \xi sh\xi, \\ B_3 &= (4\eta^2 - \mu\psi^2) ch\eta + 2t_k \psi^2 \eta sh\eta, \\ B_4 &= t_u \psi^4 ch\eta - 2[4\eta^2 - (2 - \mu)\psi^2] \eta sh\eta. \end{aligned} \quad (21)$$

II вариант ( ): Он сводится к формуле (20) заменой в последней выражения в фигурных скобках следующим выражением

$$1 - \frac{\psi^2 [(B_1 t_u \psi^2 + B_2 \mu) \cos \beta_n y + (B_5 t_u \psi^2 + B_6 \mu) ch \alpha_n y]}{B_1 B_6 + B_2 B_5} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} B_5 &= (4\eta^2 + \mu\psi^2) \cos\eta + 2t_k \psi^2 \eta \sin\eta, \\ B_6 &= t_u \psi^4 \cos\eta - 2[4\eta^2 + (2 - \mu)\psi^2] \eta \sin\eta \end{aligned} \quad (23)$$

Рассмотрим частные случаи, когда пластина шарнирно прикреплена к упругим подкрепляющим стержням, т.е.  $t_k = 0, 0 \leq t_u \leq \infty$

Формулы для прогибов (20) (22) для этого случая примут вид

I вариант

$$w(x, y) = \frac{4qb^4}{\pi^5 D} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n x}{n^5 \left(1 - \frac{4N_x a^2}{N_3 n^2 b^2}\right)} \times \left(1 - \frac{\psi^2 [(B_7 t_u \psi^2 + B_2 \mu) \operatorname{ch} \beta_n y - (B_8 t_u \psi^2 + B_4 \mu) \operatorname{ch} \alpha_n y]}{B_4 B_7 - B_2 B_8}\right). \quad (24)$$

II вариант

$$w(x, y) = \frac{4qb^4}{\pi^5 D} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n x}{n^5 \left(1 - \frac{4N_x a^2}{N_3 n^2 b^2}\right)} \times \left(1 - \frac{\psi^2 [(B_7 t_u \psi^2 + B_2 \mu) \cos \beta_n y + (B_9 t_u \psi^2 - B_6 \mu) \operatorname{ch} \alpha_n y]}{B_6 B_7 + B_2 B_9}\right) \quad (25)$$

В (24) (25) введены обозначения

$$B_7 = (4\xi^2 - \mu\psi^2) \operatorname{ch} \xi, \quad B_8 = (4\eta^2 - \mu\psi^2) \operatorname{ch} \eta, \quad B_9 = (4\eta^2 + \mu\psi^2) \cos \eta \quad (26)$$

На рис.2 по формулам (24) и (25) построен график зависимости прогиба в центре пластины от величины  $N_x$ . При построении принято  $a = b$ ,  $n = 1$ ,  $P = 0$ ,  $\mu = 0,3$ . Сплошные линии относятся к случаю, когда учитывается деформация сдвига при изгибе подкрепляющих стержней ( $k_2 a = 10$ ), штриховые линии построены без учета сдвига ( $k_2 a = \infty$ ). Из графика следует, что различия в граничных условиях на концах стержней (шарнирное опирание, т.е.  $d_u = 1$  или жесткое защемление, т.е.  $(d_u = 1 - \frac{8}{\pi^2})$ ) существенно сказывается на величине прогибов.

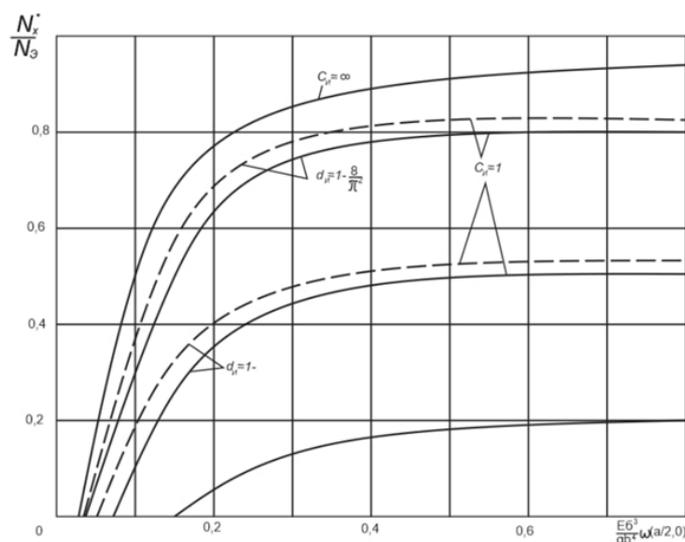


Рис.2. График зависимости прогиба в центре пластины от величины  $N_x$ .

Так, на рис.2 видно, что для достижения одной и той же величины относительного прогиба в центре пластины (например, 0,2 ) при шарнирном закреплении и защемлении концов подкрепляющих стержней, надо в последнем случае увеличить сжимающую силу примерно в 2 раза.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Бейлин Е.А., Меликулов Н. М. Об устойчивости прямоугольных пластин, подкрепленных тонкостенными стержнями. –В кн: Стростельная механика и расчет сооружений: Научно-технический журнал. М.Изд-во литературы по строительству. 1980, №5.с.38-42
- 2.Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций. М.Физматгиз. 1959.
- 3.Броуде Б.М. Устойчивость пластинок в элементах стальных конструкций М.Машстройиздат. 1949.
4. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем. М.Физ.мат.гиз.1967
- 5.Меликулов Н.М. Исследование устойчивости и жесткости пластин, подкрепленных тонкостенными стержнями, при различных случаях нагружения,- В кн: Стростельная механика сооружений. Межвуз.Темат.сб.тр-Л.ЛИСИ,1980. С. 76-85
- 6.Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. М.Гостехиздат, 1955.
- 7.Muszkowska H. Plyty prostokątne o dwóch krawędziach przeciwległych swobodnie podparnych i pozostałych sprężystie zamocowanych. Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej.1973,Nr.11.
- 8.Ferachian R.H. Buckling of biaxially compressed long rectangular plates elastically restrained along the long edges and simply supported along the short edges. Proc. Inst. Engrs. Part 2. Montreal, 1975
- 9.Melikulov N., Khodjabekov, M. U.Imatova D. M. Otaqylov A. FREE VIBRATIONS OF THE PLATE WITH THE ACCOUNT OF INFLUENCE OF LONGITUDINAL FORCES PERCEIVED BY THE REINFORCING RODS. European Journal of Research. volume 5, issue 8 2020 pages 20-25
- 10.Melikulov N, Otaqylov A. Unloaded plates free vibrations, supported by elastic thin-walled rods. INTERNATIONAL JOURNAL ON ORANGE TECHNOLOGIES [www.journalsresearchparks.org/index.php/IJOT](http://www.journalsresearchparks.org/index.php/IJOT) Volume: 02 Issue: 11 | November 2020
- 11.Melikulov N. Stability of Elongated Plates Reinforced along the Contour with Thin-Walled Rods International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology Vol. 8, Issue 12 , December 2021
- 12.Melikulov N., Shodmonkulova N. U. Free Vibrations of a Plate Stretched along the Reinforced Sides International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology Volume: 1 Issue: 5. 2021

13. Melikulov N., Khushvaktov U Stability of Long Plates with Non-Symmetric Reinforcement of the Edges with Thin-Walled Rods .MIDDLE EUROPEAN SCIENTIFIC BULLETIN 1 Middle European Scientific Bulletin, VOLUME 19 Dec 2021

14. Ismayilov K., Karimova K Application of used automobile tires granules for road construction in uzbekistan. Journal of Critical Reviews, 2020. 7, t, number 12, p. 946-948. DOI: 10.31838/jcr.07.12.165

15. Ismayilov K. Critical strains and critical stresses in the steel rod beyond the elastic limit. European science review. 2018 number № 5-6, p–291.

16. M. M. Mirsaidov, O. M. Dusmatov and M. U. Khodjabekov, “Stability of nonlinear vibrations of plate protected from vibrations”. Journal of Physics: Conference Series, 1921, (2021), <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1921/1/012097>

17. M. M. Mirsaidov, O. M. Dusmatov and M. U. Khodjabekov, “The problem of mathematical modeling of a vibration protected rod under kinematic excitations” in Proceedings of VII International Scientific Conference Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education, November 11-14, 2020, Tashkent, <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1030/1/012069>

18. M. Mirsaidov, O. M. Dusmatov and M. U. Khodjabekov, Mode shapes of transverse vibrations of rod protected from vibrations in kinematic excitations, Lecture Notes in Civil Engineering. 170, 217–227 (2022). [doi.org/10.1007/978-3-030-79983-0\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-030-79983-0_20)

19. Xolmirzaev, J. Z., Kuchkorov, S. K., & Eksanova, S. SH.(2020). Udarno-Vrashchatelnaya Dinamicheskaya Model' Rabocheho Organa Ochistitelya Xlopka. Kontseptsii I Modeli Ustoychivogo Innovatsionnogo Razvitiya, 137.