МЕТОДИКА ЗНАКОМСТВА С ТЕОРЕМОЙ ВИЕТА ПРИ РЕШЕНИИ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ ОБЩЕГО ВИДА

Доцент кафедры «Математика и методика её преподавания» к.н.п
Сайдалиева Ф.Х
ТГПУ им.Низами.
Жабборова О.А
студентка факультета «физика-математика»ТГПУ им.Низами.

Аннотация: *Данная методика знакомства с теоремой Виета при решении квадратных уравнений общего вида представляет собой систематизированный подход к изучению этого математического понятия.*

Ключевые слова: *теорема Виета, квадратные уравнения, методика, знакомство, решение, общий вид.*

Необходимость решать уравнения второй степени еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет назад до нашей эры вавилоняне. Способы решения квадратных уравнений были известны также в Древней Греции, Индии и на Арабском Востоке. Эстафету исследования квадратных уравнений впоследствии принимают и средневековые математики. В 2024 году исполняется 484 лет со дня рождения замечательного французского математика, положившего начало алгебре как науке о преобразовании выражений, создателя буквенного исчисления, Франсуа Виета. Знаменитая теорема, устанавливающая связь коэффициентов многочлена с его корнями, была обнародована в 1591 году. Теперь она носит имя Виета, а сам автор формулировал ее так «Если $B + D$, умноженное наA , минус A в квадрате равноAB , тоA равно B и равноD ». Чтобы понять Виета, следует вспомнить, что A, как и всякая гласная буква, означала у него неизвестное (современная «x»), согласные же B и D - коэффициенты при неизвестном. На языке современной алгебры выше приведенная формулировка означает:

Если имеет место x^2+ qx +q =0

То справедливы формулы:

x_1+x_2=-p

$x_1 \cdot x_2$=q

Однако символика Виета была еще далека от современного вида.

Исследования Виета дали совершенно новое направление работе французских математиков, а алгебраические идеи его оказали сильнейшее влияние на всю европейскую науку. Уравнения в школьном курсе алгебры занимают ведущее место. На их изучение отводится времени больше, чем на любую другую тему.

Действительно, уравнения не только имеют важное теоретическое значение, но и служат чисто практическим целям. Подавляющее число задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных видов уравнений. Овладевая способами их решения, мы находим ответы на различные вопросы из науки и техники (транспорт, сельское хозяйство, промышленность, связь и т. д.). Квадратные уравнения изучаются в 8-м классе, где школьники тренируются на простых (иногда — примитивных) задачах. Но затем, на рубеже 10—11 классов и, особенно при изучении высшей математики, квадратные уравнения представляются как нечто само собой разумеющееся. При этом в коэффициентах зачастую возникают такие большие числа, что работать с ними большинство учеников просто не готовы. Теорема Виета помогает решать даже такие уравнения.

Решение квадратных уравнений – это одна из основных задач алгебры, которая часто встречается как в школьной программе, так и в более продвинутых математических курсах. Для эффективного решения квадратных уравнений общего вида можно использовать теорему Виета, которая позволяет найти сумму корней и их произведение без явного нахождения самих корней.

Методика знакомства с теоремой Виета.

Сначала необходимо внимательно изучить формулировку теоремы Виета и понять, как она применяется при решении квадратных уравнений.

Теорема Виета утверждает, что если у квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$есть корни x_1 и x_2, то сумма корней равна -$\frac{b}{a}$, а произведение корней равно $\frac{c}{a}$. Сумма корней $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$ соответствует коэффициенту при x с противоположным знаком и делённому на коэффициент при $\boldsymbol{x}^2$. - Произведение корней $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$ соответствует свободному члену уравнения, делённому на коэффициент при $\boldsymbol{x}^2$. Применение теоремы: Давайте рассмотрим несколько примеров решения квадратных уравнений с использованием теоремы Виета. Пример 1:

Пусть дано уравнение $\boldsymbol{x}^2 - 5\boldsymbol{x} + 6 = 0$. Найдём сумму и произведение корней с помощью теоремы Виета.

1. Сумма корней: По теореме Виета сумма корней равна

$\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{x_2}$ =5

2. Произведение корней: По теореме Виета произведение корней равно

$\boldsymbol{x_1} * \boldsymbol{x_2}$ =6

Таким образом, сумма корней равна 5, а произведение корней равно 6.

Пример 2:

Рассмотрим уравнение $\boldsymbol{2x}^2 + 3\boldsymbol{x} - 2 = 0$. Найдём сумму и произведение корней.

1. Сумма корней: Сумма корней равна $-\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}} = --\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

$\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{x_2} = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

2. Произведение корней: Произведение корней равно $\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{a}}$ = -1.

$\boldsymbol{x_1} * \boldsymbol{x_2}$ =-1

Таким образом, сумма корней равна -3/2, а произведение корней равно -1.

Пример 3.

$\boldsymbol{x^2 - 4x + 4 = 0}$

Запишем сумму корней x_1 иx_2 и приравняем её ко второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком. Также запишем произведение корней x_1 и x_2 и приравняем его к свободному члену:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 * x_2 = 4 \end{cases}$$

В данном примере очевидно, что корнями являются числа 2 и 2. Потому что их сумма равна 4 и произведение равно 4

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Значение $\boldsymbol{x}$ 1 совпадает с $\boldsymbol{x}$ 2. Это тот случай, когда квадратное уравнение имеет только один корень.

Когда нужно использовать теорему Виета?

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$a = 1, k = 2, c = 3$$

$$D_1 = -k^2 - ac = 2^2 - 1 * 3 = 4 - 3 = 1$$

$$x_1 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a} = \frac{-2 + \sqrt{1}}{1} = \frac{-2 + 1}{1} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$x_2 = \frac{-k - \sqrt{D_1}}{a} = \frac{-2 - \sqrt{1}}{1} = \frac{-2 - 1}{1} = \frac{-3}{1} = -3$$

Теорема Виета выполняется только тогда, когда квадратное уравнение является приведённым, то есть его первый коэффициент равен единице:

$ax^2 + pq + q = 0$, где $a = 1$.

Теорема Виета для приведённого квадратного уравнения

Если и – корни квадратного уравнения то т.е. сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Формулы Виета выше мы говорили о теореме Виета для квадратного уравнения и разбирали утверждаемые ей соотношения. Но существуют формулы, связывающие действительные корни и коэффициенты не только квадратных уравнений, но и кубических уравнений, уравнений четверной степени, и вообще, алгебраических уравнений степени n . Их называют формулами Виета . Запишем формулы Виета для алгебраического уравнения степени n вида , при этом будем считать, что оно имеет n действительных корней x_1 , x_2, …, x_n (среди них могут быть совпадающие):

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_{n=} -\frac{a_1}{a_0}$$

$$x_1 * x_2 + x_1 * x_3 + \cdots + x_{n-1} * x_n = \frac{a_2}{a_0}$$

$$x_1 * x_2 * x_3 + x_1 * x_2 * x_4 + \cdots + x_{n-2} * x_{n-1} * x_n = -\frac{a_3}{a_0}$$

$$\dots . x_1 * x_2 * x_3 \dots x_n = (-1)^n * \frac{a_n}{a_0}$$

Получить формулы Виета позволяет теорема о разложении многочлена на линейные множители , а также определение равных многочленов через равенство всех их соответствующих коэффициентов. Так многочлен и его разложение на линейные множители вида равны. Раскрыв скобки в последнем произведении и приравняв соответствующие коэффициенты, получим формулы Виета. В частности при n=2 имеем уже знакомые нам формулы Виета для квадратного уравнения . Для кубического уравнения формулы Виета имеют вид:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{a_1}{a_0}$$

$$x_1 * x_2 + x_1 * x_3 + x_2 * x_3 = \frac{a_3}{a_0}$$

$$x_1 * x_2 * x_3 = -\frac{a_3}{a_0}$$

Остаётся лишь заметить, что в левой части формул Виета находятся так называемые элементарные симметрические многочлены.

Теорема Виета играет огромную роль при решении квадратных уравнений. И все-таки польза от формул — систем равенств, связывающих корни уравнений с их коэффициентами, есть. Есть хотя бы потому, что они содержат одну «подсказку», помогающую решать некоторые уравнения вообще без всяких формул (но уже не в уме, тут потребуется немало изобретательности и сообразительности).

Это исследование было для меня очень интересным и познавательным. Углубив свои знания в математике, я открыла многое для себя интересного.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1.http://ru.wikipedia.or(https://infourok.ru/go.html?href=http://ru.wikipedia.org)

2.Глейзер Г.И. История математики в школе. - М.: Просвещение,1982.

3.Пичугин Л.Ф. За страницами учебника алгебры. Кн. для учащихся 7 -9 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1990.

4.Рыбников К.А. Возникновение и развитие математической науки. - М.: Просвещение,1987.

5.Юшкевич А.П. История математики с древнейших времен до 19века. 3-х том. М.: Наука, 1970.