CHEGARAVIY MASALALARNI YECHISHDA GRIN FUNKSIYASINI QO‘LLANISHI

Sayliyeva Gulrux Rustam qizi
Buxoro davlat universiteti, fizika-matematika fakulteti
g.r.saylieva@buxdu.uz

Anotatsiya. *Chiziqli integral tenglamalar matematikaning ko‘plab sohalari uchun muhim ahamiyatga ega hisoblanadi. Ushbu maqolada integral tenglamalar va differensial tenglamalar orasidagi munosabatlar o‘rganilib, ba’zi differensial tenglamalarni yechish masalasini integral tenglamani yechishga keltirish usullaridan biri tahlil qilingan.*
Kalit so‘zlar. *chegaraviy shartlar, Grin funksiyasi, Fredgolm integral tenglamasi.*

APPLICATION OF GREEN'S FUNCTION IN SOLUTION OF BOUNDARY LIMITATION PROBLEMS

Sayliyeva Gulrukh Rustam kizi
Bukhara State University, Faculty of Physics and Mathematics

Anotation. *Linear integral equations are important for many areas of mathematics. In this article, the relationship between integral equations and differential equations is studied, and one of the ways to bring the problem of solving some differential equations to the solution of an integral equation is analyzed.*
Keywords: *Boundary conditions, Green's function, Fredholm integral equation.*

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА ПРИ РЕШЕНИИ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ОГРАНИЧЕНИЯ

Сайлиева Гульрух Рустама кызи
Бухарский государственный университет, физико-математический факультет

Абстракт. *Линейные интегральные уравнения важны для многих областей математики.В данной статье исследуется связь между интегральными и дифференциальными уравнениями, а также анализируется один из способов свести задачу решения некоторых дифференциальных уравнений к решению интегрального уравнения.*
Ключевые слова: *граничные условия, функция Грина, интегральное уравнение Фредгольма.*

Ushbu maqolada n – tartibli differensial tenglamaning berilgan chegaraviy shartlarda Grin funksiyasining mavjudligi tekshirilib[4], Grin funksiyasi mavjud bo`lgan holda uni aniqlab, bu funksiyadan foydalanish orqali differensial tenglamani yechish masalasini integral tenglamani yechish masalasiga keltirish tushuntirligan. Bizga quyidagi ko‘rinishda bir jinsli bo‘lmagan, $n$ – tartibli differensial tenglama berilgan bo`lib, quyidagi chegaraviy shartlarga ega bo‘lsin [2].

$$L[y]=\rho_0(x)y^{(n)}(x)+\rho_1(x)y^{(n-1)}(x)+\cdots+\rho_n(x)y(x)=f(x) \quad (1)$$

$$V_1(y)=0, V_2(y)=0,\dots,V_n(y)=0 \quad (2)$$

Bunda $V_1,V_2,\dots,V_n$ chiziqli formalar, $y(a),y^{\prime}(a),y^{\prime\prime}(a),\dots,y^{(n-1)}(a),\ \ y(b),y^1(b),y^{\prime\prime}(b)\dots,y^{(n-1)}(b)$

chiziqli bog‘liqsiz sistemani tashkil etadi.

1.Teorema [1]. *Agar* $L[y]=0,\ V_k(y)=0\ \ (k=1,2,\dots,n)$ *bir jinsli chegaraviy masala uchun Grin funksiyasini qurish mumkin bo‘lsa, u holda (1)-(2) bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamaning yechimi*

$$y(x)=\lambda\int_a^b G(x,\xi)f(\xi)d\xi$$

formula orqali hisoblanadi.

Ushbu teoremadan foydalanib, quyidagi bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamaning yechimini integral tenglamaga keltirish orqalin topishga harakat qilamiz.

2.2.1. Misol. Grin funksiyasidan foydalanib, ushbu chegaraviy masalani yeching.

$$y^{\prime\prime}(x)-y(x)=x \quad (3)$$

$$y(0)=y(1)=0 \quad (4)$$

Yechish. Ushbu chegaraviy masalani yechish uchun dastlab (3) ga mos bir jinsli differensial tenglama uchun [3-5] Grin funksiyasining bir jinsli differensial tenglama uchun Grin funksiyasining mavjudligini tekshiramiz.

$$y^{\prime\prime}(x)-y(x)=0$$

$$y(0)=y(1)=0$$

Biz bu differensial tenglamani yechishda $y(x)=e^{kx}$ ko‘rinishda belgilash olamiz va natijada

$$y^{I}(x)=ke^{kx}\quad va\quad y^{II}(x)=k^2e^{kx}$$

$y^{\prime\prime}(x)$ va $y(x)$ ni yuqorida tenglamaga eltib qo‘ysak

$$k^2e^{kx}-e^{kx}=0$$

$$(k^2-1)e^{kx}=0$$

$$k_1=1\ va\ \ k_2=-1$$

yuqoridagi belgilashimizdagi k ning o‘rniga qiymatlarini eltib qo‘yish natijasida

$$y_1(x)=e^{x}\quad va\quad y_2(x)=e^{-x}$$

yechimlarni olamiz.

Demak (3) ga mos bir jinsli differensial tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$y(x)=Ae^{x}+Be^{-x}$$

Endi topilgan umumiy yechim uchun Grin funksiyasini qurish mumkin yoki yo‘qligini tekshiramiz.

$$y(0)=A+B=0$$

$$y(1)=Ae^1+Be^{-1}=0$$

$$\begin{cases} A=-B \\ -Be+Be^{-1}=0 \end{cases} \quad =\gg \quad B\left(\frac{1}{e}-e\right)=0$$

Bundan esa B=0 va A=0 ekanligi kelib chiqadi.Umumiy yechim berilgan chegaraviy shartlarda faqat nol yechimga ega.

Demak, Grin funksiyasini qurish mumkin.Ba’zi sodda hisoblashlardan so‘ng Grin funksiyasining quyidagi ko‘rinishda ekanligini aniqlaymiz[6-9]:

$$G(x,\xi)=\begin{cases}\dfrac{shxsh(\xi-1)}{sh1}, & 0\le x\le \xi\\ \dfrac{sh\xi sh(x-1)}{sh1}, & \xi\le x\le 1\end{cases} \qquad (5)$$

Teoremaga ko‘ra (3), (4) chegaraviy masalalarning yechimi quyidagi ko‘rinishdagi Fredgolm integral tenglamasini yechishga keladi:

$$y(x)=\int_0^1 G(x,\xi)\xi d\xi$$

Bu yerda $G(x,\xi)-$ (2.2.5) formula bilan aniqlangan funksiya. Endi yechimni topishga harakat qilamiz.

$$y(x)=\int_0^x \frac{sh\xi sh(x-1)}{sh1}\xi d\xi+\int_x^1 \frac{shxsh(\xi-1)}{sh1}\xi d\xi=$$

$$=\frac{sh(x-1)}{sh1}\int_0^x \xi sh\xi d\xi+\frac{shx}{sh1}\int_x^1 \xi sh(\xi-1)d\xi \qquad (6)$$

(6) tenglikni tashkil qilgan integralni alohida-alohida hisoblaymiz

$$\int_0^x \xi sh\xi d\xi=xchx-shx$$

$$\int_x^1 \xi sh(\xi-1)d\xi=1-xch(x-1)+sh(x-1)$$

Bundan

$$y(x)=\frac{1}{sh1}\{sh(x-1)[xchx-shx]+shx[1-xch(x-1)+sh(x-1)]\}=$$

$$=\frac{shx}{sh1}-x$$

Bu yerda biz quyidagi formuladan foydalandik:

$$sh(\alpha\pm\beta)=sh\alpha ch\beta\pm ch\alpha sh\beta$$

Tekshirishlar orqali haqiqatan ham

$$y(x)=\frac{shx}{sh1}-x$$

funksiya (3) – (4) chegaraviy masalaning yechimi ekanligini ko‘ramiz. Ushbu usuldan foydalanib quyidagi $n-$ tartibli differensial tenglamaning berilgan chegaraviy shartlarda yechishni Fredgolm integral tenglamalarini yechish masalasiga keltirishimiz mumkin[10].

1) $y^{``}=0$; $y(0)=y^{`}(0)$, $y^{`}(0)=y(1)$

2) $y^{``}=0$; $y(0)=y(1)$, $y^{`}(0)=y^{`}(1)$

3) $y^{``}+y=0$; $y(0)=y(\pi)=0$,

4) $y^{(4)} = 0$; $y(0) = y`(0) = y``(1) = y```(1) = 0$
5) $y``` = 0$; $y(0) = y`(0) = 0$, $y`(0) = y(1)$
6) $y``` = 0$; $y(0) = y(1) = 0$, $y`(0) = y`(1)$
7) $y`` = 0$; $y(0) = 0$, $y`(1) = y(1)$
8) $y`` + y` = 0$; $y(0) = y(1) = 0$, $y`(0) = y`(1)$
9) $y`` - k^2 y = 0$; $(k \neq 0)$, $y(0) = y(1) = 0$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO`YXATI

1. М.Л.Краснов, А.И.Киселов, Г.И.Макаренко, Интегральные уравнения, М.:Едиториал УРСС, 2003.-192 с.
2. Sayliyeva GRQ Diskret matematika va matematik mantiq fanida bul funktsiyalarni jegalkin ko'phadlariga yo'nalish mavzusini materiallarda “matematik domino” metodidan yuklash //Scientific progress. – 2021. – T. 2. – Yo‘q. 2. – 773-780-betlar.
3. Sayliyeva G. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanidan “Ta’riflar, teoremalar, isbotlar, formulalar, misollar” usulidan foydalanish // ILMIY NASHIRLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2021. – T. 8. – Yo‘q. 8.
4. Sayliyeva G. DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ” FANINING AMALIYOT DARSLARIDA O‘TILGAN MAVZUNI MUSTAHKAMLASHDA “G’OYAVIY CHARXPALAK”,“CHARXPALAK” TEXNOLOGIYASI VA “ASSOTSATSIYALAR” METODLARIIDAN FOYDALANISH //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2021. – T. 7. – №. 7.
5. Sayliyeva G. TALABALARNING O'QITILAYOTGAN FANLARGA QIZIQISHINI OSHIRISHDA FOYDALANILADIGAN SAMARALI PEDAGOGIK METODLAR //ILMIY NASHRIYOTLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2023. – T. 44. – Yo‘q. 44.
6. Sayliyeva G. 3×3 operator matritsasining ixcham bo‘lmagan tebranishli asosiy spektri //TsENTR NAUCHNYX PUBLIKATSIY (buxdu. uz). – 2023. – T. 39. – №. 39.
7. Sayliyeva G. HARDI TENGSIZLIGINING YANGI VAZN TASNIFI VA POLYA-KNOPP TENGSIZLIGINI CHEKLASH // ILMIY NASHARLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2023. – T. 39. – Yo‘q. 39.
8. Sayliyeva G. Birinchi tur - Fredgolm integralining muhim turlari va ularni yechish usullari //TsENTR NAUCHNYX PUBLIKATSIY (buxdu. uz). – 2023. – T. 38. – №. 38.
9. Sayliyeva G. DISKRET HARDI OPERATORI NORMASI UCHUN BAHOLAR //TsENTR NAUCHNYX PUBLIKATSIY (buxdu. uz). – 2023. – T. 38. – №. 38.
10. Sayliyeva G. UCH O 'LCHAMLI QO 'ZG 'ALISHGA EGA UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELINING XOS QIYMATLARI HAQIDA //TsENTR NAUCHNYX PUBLIKATSIY (buxdu. uz). – 2023. – T. 38. – №. 38.

11. Sayliyeva G. R. Q., Sharipova S. A. Haqiqiy AW*-faktorlarning tuzilishi //Science and Education. – 2023. – T. 4. – №. 5. – С. 58-64.

12. Sayliyeva G. R. Q., Nurilloyeva M. M. Q. Hardi tengsizligi va uning parametrining baholanishi //Science and Education. – 2023. – T. 4. – №. 5. – С. 22-28.

13. Sayliyeva G. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanida" Daraxt ko'rki" va" Talaba hayoti va ma'lumotlari" metodlaridan yuklash // CENTER FOR SCIENTIFIC PUBLICATIONS (buxdu. uz). – 2021. – T. 8. – Yo‘q. 8.

14. Sayliyeva G. " Kompleks sonlar" mavzusini o'qitishda" Bumerang" texnologiyasi //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2021. – Т. 8. – №. 8.

15. Sayliyeva G. Interfaol usullarni qo'llab funksiyaning differensiali va uni taqribiy hisoblashga doir misollar yechish //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2021. – Т. 8. – №. 8.

16. Sayliyeva G. Ko'phaddagi hadlar soni va koeffitsiyentini tekshirishda" Zinama-zina" va "Charxpalak" metodlaridan yuklash // FOR ILMIY NASHRIYOTLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2021. – T. 8. – Yo‘q. 8.