SIMMETRIK YADROLI FREDGOLM INTEGRAL TENGLAMALARI

Sayliyeva Gulrux Rustam qizi
Buxoro davlat universiteti, fizika-matematika fakulteti
g.r.saylieva@buxdu.uz

Anotatsiya. *Ushbu maqolada chiziqli integral tenglamalar uchun muhim xossalardan biri hisoblangan, simmetriklik xossasi qaralgan. Bir va ko`p o'lchovli Fredgolm chiziqli integral tenglamalarining simmetriklik shartini qanoatlantirish sharti tushuntirilgan. Bugungacha o`rganilgan simmmetrik integral tenglamalarga xos bo`lgan ba'zi teoremalar tahlil qilingan.*

Kalit so'zlar: *Simmetrik yadro, Fredgolm integral tenglamasi, ikki o`lchovli Fredgolm integral tenglamasi, ko`p o`lchovli fredgolm integral tenglamasi*

FREDHOLM INTEGRAL EQUATIONS WITH SYMMETRICAL NUCLEAR

Sayliyeva Gulrukh Rustam kizi
Bukhara State University, Faculty of Physics and Mathematics

Anotation. *This article considers the property of symmetry, which is considered one of the important properties for linear integral equations. The condition for satisfying the symmetry condition of one- and multi-dimensional Fredholm linear integral equations is explained. Some theorems specific to symmetric integral equations studied until today have been analyzed.*

Key words: *Symmetric kernel, Fredholm integral equation, two-dimensional Fredholm integral equation, multidimensional Fredholm integral equation*

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА С СИММЕТРИЧНЫМ ЯДЕРНЫМ ЯДЕРОМ

Сайлиева Гульрух Рустама кызи
Бухарский государственный университет, физико-математический факультет

Абстракт. *В данной статье рассматривается свойство симметрии, которое считается одним из важных свойств линейных интегральных уравнений. Объяснено условие выполнения условия симметрии одно- и многомерных линейных интегральных уравнений Фредгольма. Проанализированы некоторые теоремы, характерные для изучавшихся до сих пор симметричных интегральных уравнений.*

Ключевые слова: *симметричное ядро, интегральное уравнение Фредгольма, двумерное интегральное уравнение Фредгольма, многомерное интегральное уравнение Фредгольма.*

Ushbu maqolada 1- va 2-tur Fredgolm integral tenglamalarining simmetrik integral tenglama bo`lish sharti tushuntirilgan. Dastlab simmetrik funksiya haqida to`xtalamiz.

Berilgan $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ko`p o`zgaruvchili funksiyaning ixtiyoriy ikkita o`zgaruvchisini o`rni almashtirilgan funksiyaning qiymati saqlansa, u holda bu funksiyaga simmetrik funksiya deyiladi [11]. Bizga (1) ko'rinishdagi 2-tur Fredgolm integral tenglamasi berilgan bo'lsin:

$$U(x) - \lambda \int_a^b K(x,y)\,U(y)dy = f(x) \tag{1}$$

Ushbu integral tenglamada $U(x)$- noma'lum funksiya, $K(x,y)$ va $f(x)$ funksiyalar mos ravishda $\{\, a \le x \le b\}$ kvadratda va $a \le x \le b$ oraliqda aniqlangan funksiyalar (a, b – o'zgarmas sonlar) demak, kvadrat va oraliqni asosiy kvadrat va asosiy oraliq deb ataymiz [1-3]. $f(x)$ funksiya (1) integral tenglamaning ozod hadi $K(x,y)$ uning yadrosi λ sonli ko'paytuvchi tenglamaning parametri deyiladi. Shu o`rinda haqiqiy $K(x,y)$ yadro berilgan sohada x va y ning barcha qiymatlari uchun:

$$K(x,y) = K(y,x)$$

tenglikni qanoatlantirsa, bu yadro simmetrik yadro deyiladi.

Agar $K(x,y)$ yadro kompleks funksiya bo'lsa:

$$K(x,y) = K^*(x,y) = \overline{K(x,y)}$$

tenglik bajarilganda simmetrik yadro deb aytiladi.

Demak, bundan ko'rinib turibdiki har ikki holda ham yadro o'zining qo'shmasiga teng bo'lsa, simmetrik yadro deb aytilar ekan.

Simmetrik yadroli

$$K\varphi = \int_a^b K(x,y)\varphi(y)dy$$

Fredgolm operatori simmetrik operator deyiladi.

Agar K operator simmetrik bo'lsa, u holda, $K = K^*$ bo'ladi.

Qo'shma operatorning ta'rifiga asosan simmetrik operator uchun

$$(K\varphi, \psi) = (\varphi, K\psi) \tag{2}$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Agar integral tenglamaning yadrosi simmetrik bo'lsa, simmetrik yadroli integral tenglama, yoki qisqacha simmetrik integral tenglama deb ataladi[10].

Agar $K(x,y)$ simmetrik yadro bo'lsa, u holda iteratsiyalangan $K_n(x,y)$ yadrolar ham simmetrik bo'ladi.

$$K_n(x,y) = \int_a^b \dots \int_a^b K(x,t_1)K(t_1,t_2)\dots K(t_{n-1},y)dt_1\dots dt_{n-1}$$

Bundan

$$K_n(y,x) = \int_a^b \dots \int_a^b K(y,t_1)K(t_1,t_2)\dots K(t_{n-1},x)dt_1\dots dt_{n-1}$$

$K(x,y)$ yadro simmetrik bo'lgani uchun oldingi tenglikni ushbu

$$K_n(y,x) = \int_a^b \dots \int_a^b K(x,t_1)K(t_1,t_2)\dots K(t_{n-1},y)dt_1\dots dt_{n-1}$$

ko'rinishda yozib olamiz. Endi $t_1, \dots, t_{n-1}$ larni $t_{n-1}, \dots, t_1$ orqali belgilab olsak,

$K_n(y,x) = K_n(x,y)$ tenglik kelib chiqadi .

Ushbu

$$K^n\varphi = \int_a^b K_n(x,y)\varphi(y)dy$$

simmetrik operator uchun (1.2.1) ayniyat o‘rinli bo‘ladi, bu holda ayniyat quyidagi ko‘rinishda yoziladi[12].

$$(K^n\varphi, \psi) = (\varphi, K^n\psi); \quad n = 1,2, \dots$$

1.Ta’rif. *Ushbu*

$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b K(x,y)\varphi(y)dy$$

Fredgolm integral tenglamasi nolmas $\varphi(x) \neq 0$ yechimga ega bo‘ladigan λ parametrga ushbu integral tenglamaning xos soni, nolmas $\varphi(x)$ yechim esa λ ga mos xos funksiyasi deyiladi.

1.Teorema. *Agar $\varphi_1(x)$ va $\varphi_2(x)$ funksiyala $K(x,y)$ simmetrik yadroning bir-biridan farqli bo‘lgan λ_1 va λ_2 xos sonlarga mos xos funksiyalari bo‘lsa, u holda bu funksiyalar o‘zaro ortogonal bo‘ladi, ya’ni*

$$\int_a^b \varphi_1(x)\varphi_2(x)dx = 0$$

Xos funksiyalarning ta’rifiga asosan

$$\varphi_1(x) = \lambda_1 \int_a^b K(x,y)\varphi_1(y)dy,$$

$$\varphi_2(x) = \lambda_2 \int_a^b K(x,y)\varphi_2(y)dy.$$

Bulardan quyidagi tenglik hosil bo‘ladi:

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \int_a^b \varphi_1(x)\varphi_2(x)dx =$$

$$= \lambda_1 \int_a^b \varphi_2(x)dx \int_a^b K(x,y)\varphi_1(y)dy == \lambda_1 \int_a^b \varphi_1(y)dy \int_a^b K(x,y)\varphi_2(x)dx$$

$K(x,y) = K(y,x)$ bo‘lgani uchun

$$\int_a^b K(x,y)\varphi_2(x)dx = \int_a^b K(y,x)\varphi_2(x)dx = \frac{1}{\lambda_2}\varphi_2(y)$$

Demak,

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}(\varphi_1, \varphi_2) \quad yoki \quad \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)(\varphi_1, \varphi_2) = 0$$

Bundan $\lambda_1 \neq \lambda_2$ bo‘lgani sababli

$$(\varphi_1, \varphi_2) = 0.$$

Bu teoremadan o‘z navbatida simmetrik yadroning xos sonlari haqiqiy sonlardan iborat bo‘lishi kelib chiqadi.

Faraz qilaylik, λ xos son va unga mos bo‘lgan $\varphi(x)$ xos funksiya kompleks bo‘lsin:

$$\lambda = \lambda_1 + i\lambda_2, \quad \varphi(x) = \varphi_1(x) + i\varphi_2(x),$$

$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b K(x,y)\varphi(y)dy.$$

Bu tenglikda qo‘shma miqdorlarga o‘tib,

$$\overline{\varphi(x)} = \bar{\lambda} \int_a^b K(x,y)\overline{\varphi(y)}dy$$

tenglikni hosil qilamiz. Oxirgi tenglikdan $\bar{\lambda}$ xos son, unga mos $\overline{\varphi(x)}$ xos funksiya ekanligi kelib chiqadi.

Agar $\lambda_2 \neq 0$ bo‘lsa, isbotlanganga asosan

$$\int_a^b \varphi(x)\overline{\varphi(x)}dx = \int_a^b [\varphi_1^2(x) + \varphi_2^2(x)]dx = 0.$$

Bundan $\varphi(x)$ funksiyaning aynan nolga teng ekanligi kelib chiqadi, xos funksiyaning ta’rifiga asosan bunday bo‘lishi mumkin emas[13]. Demak, $\lambda_2 = 0$, ya’ni λ – haqiqiy son.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. М.Л.Краснов, А.И. Киселев, Г.И.Макаренко, Интегральные уравнении задачи и примеры с подробными решениими, Москва, 2003.

2. M. Salohiddinov, Integral tenglamalar: Oliy o‘quv yurtlari talabalari uchun darslik./ M.Salohiddinov ; Mas’ul muharrir A.Oripov. O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi. -T:yangiyul poligraph service, 2007.

3. SH.S.Mamatov, A.Abdirashidov Integral tenglamalarni taqribiy yechish usullari. Uslubiy qo‘llanma. – Samarqand: SamDU nashri, 2014. – 124 bet.

4. Sayliyeva, Gulrux Rustam Qizi. "Diskret matematika va matematik mantiq fanining «predikatlar mantig’i» bobi mavzularini tushuntirishda samarali yondashuv va undagi zamonaviy usul va metodlar." Scientific progress 2.1 (2021): 552-558.

5. Jumayeva C. ОСНОВЫ И СПОСОБЫ РАЗВИТИЯ РЕЧЕМЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2024. – Т. 45. – №. 45.

6. Jumayeva C. LOCAL INNER DERIVATIONS ON FOUR-DIMENSIONAL LIE ALGEBRAS //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2024. – Т. 45. – №. 45.

7. Jumayeva C. “JEGALKIN KO ‘PHADI” MAVZUSINI O ‘QITISHDA INTERFAOL METODLARNI QO ‘LLASH //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2023. – Т. 44. – №. 44.

8. Jumayeva C. BA’ZI TO ‘RT O ‘LCHAMLI LI ALGEBRALARINING LOKAL ICHKI DIFFERENSIALLASHLARI //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu.

uz). – 2023. – T. 44. – №. 44.

9. qizi Jumayeva C. I. et al. Mulohazalar hisobida isbotlanuvchi formulalar: nazariya, amaliyot va tahlil //Science and Education. – 2024. – Т. 5. – №. 4. – С. 455-461

10. Sayliyeva GRQ Diskret matematika va matematik mantiq fanida bul funktsiyalarni jegalkin ko'phadlariga yo'nalish mavzusini materiallarda “matematik domino” metodidan yuklash //Scientific progress. – 2021. – T. 2. – Yoʻq. 2. – 773-780-betlar.

11. Sayliyeva G. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanidan “Ta’riflar, teoremalar, isbotlar, formulalar, misollar” usulidan foydalanish // ILMIY NASHIRLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2021. – T. 8. – Yoʻq. 8.

12. Sayliyeva G. DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ” FANINING AMALIYOT DARSLARIDA OʻTILGAN MAVZUNI MUSTAHKAMLASHDA “G’OYAVIY CHARXPALAK”,“CHARXPALAK” TEXNOLOGIYASI VA “ASSOTSATSIYALAR” METODLARIIDAN FOYDALANISH //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2021. – Т. 7. – №. 7.

13.Sayliyeva G. TALABALARNING O'QITILAYOTGAN FANLARGA QIZIQISHINI OSHIRISHDA FOYDALANILADIGAN SAMARALI PEDAGOGIK METODLAR //ILMIY NASHRIYOTLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2023. – T. 44. – Yoʻq. 44.

14. Sayliyeva G. 3×3 operator matritsasining ixcham boʻlmagan tebranishli asosiy spektri //TsENTR NAUCHNYX PUBLIKATSIY (buxdu. uz). – 2023. – T. 39. – №.

15. Sayliyeva G. TAXMINIY SON KETILISHLAR VA ULARNING QOʻLLANISHI TAHLILI // ILMIY NASHARLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2024. – T. 51. – Yoʻq. 51.

16. Sayliyeva G. n-tartibli bir jinsli DIFFERENTSIAL TENGLAMALAR UCHUN CHGARA SHARTLARI BO'LGAN YASHIL FUNKSIYANI KURUSHGA DO'R NASALAR // ILMIY MA'LUMOTLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2024. – T. 51. – Yoʻq. 51.