OKEAN EKOSISTEMALARIDAN BIRINING EVOLUTSION OPERATORI TAHLILI

Sayliyeva Gulrux Rustam qizi
Buxoro davlat universiteti, Fizika-matematika fakulteti
g.r.saylieva@buxdu.uz

Annotatsiya. *Ushbu maqolada okean ekosistemalaridan birini tashkil etuvchi organizmlarning populatsiyasini ifodalovchi evolutsion operator tahlil qilingan. Operatorlar ustida matematik hisoblashlar olib borib, organizmlarning ma’lum vaqtdan keyingi algebraik strukturalari, zararlangan mutatsiyalar populyatsiyasining o‘zgarishi yoki saqlanib qolishi, genetik o‘ziga xos belgilarning avloddan-avlodga o‘tishi jarayonlarni o‘rganilgan.*

Kalit so‘zlar: *Evolutsion operator, ozod populyatsiya, Volterra kvadratik stoxastik operatori, simpleks, qo‘zg‘almas nuqta, tortuvchi qo‘zg‘almas nuqta, boshlang‘ich qo‘zg‘almas nuqta, itaruvchi qo‘zg‘almas nuqta.*

Ma’lumki, bir joyda, umumiy makonda hayot kechiradigan turli xil turlarning populyatsiyasi ekologik jamoani tashkil qiladi. Ekologik sistema deganda esa biz bir xil sharoitda yashaydigan organizmlar va ularning yashash muhiti majmuini tushunamiz. Ekosistemani juda ko‘p olimlar o‘rganishgan. O‘z ishlarida u xususida izlanishlar, tadqiqotlar olib borishgan. Bu terminni ilk bor ingliz botanigi A. Tensli 1935-yilda taklif etgan. Har qanday ekosistemani tashkil etuvchi tarkibiy qismlari o‘zaro qandaydir qonuniyat bilan bog‘langan bo‘ladi. A. Tensli ekosistema haqida quyidagicha fikr yuritgan:-“Ekosistema yer yuzining tabiiy biomuhit, umuman olganda organizmlarning yashash muhiti va fizik omillar majmui hisoblanadi”. A. Tensli o`z tadqiqotlarida ekosistemani tashkil etuvchi barcha organizmlar hamda organizmlar bilan anorganik muhit o‘rtasida sodir bo‘ladigan turli xil tarzdagi moddalar almashinuvini o‘rgangan.

Ekosistema tushunchasini o‘lchami va murakkabligi bilan farqlanadigan obyektlarga nisbatan qo‘llash mumkin. Masalan, ko‘l, hovuz ekosistemasi bilan birga suv tubi va sohil bo‘yi o‘simliklari ekosistemasini olishimiz mumkin. O‘rmon ham bir alohida ekosistema sifatida qaraladi. Uning chegarasidagi har xil turdagi tuproqlar, chiriyotgan to‘nkalar, to‘shalma va boshqalarning o‘zi ham alohida bir ekosistema sifatida qaralishi mumkin. Ko‘p hollarda ekosistemani tirik organizmlar bilan ular yashaydigan muhitning notirik komponentlari sifatida tushuniladi. Ekosistemaning tirik va notirik komponentlari o‘rtasida konsumentlar, produtsentlar va redutsentlarning ishtiroki bilan moddalarning biotik aylanishi sodir bo‘lib turadi.

Istalgan ekosistema murakkablik darajasi qanday bo‘lishidan qat’iy nazar, uni tashkil etuvchi turlar tarkibi, ularning biomassasi, unga kiruvchi jamiki organizmlarning soni , ayrim trofik guruhlarning o‘zaro tashkil etgan nisbati, organik moddalarning hosil bo`lishi va parchalanishi, bu jarayonlarning sodir bo‘lish tezligi orqali tavsiflanadi.

Bizga biror bir turning boshlang`ich holati $x^{(0)}=(x^0{}_1,\ldots x^0{}_m)$ ko`rinishida berilgan bo`lsin. Bunda i-turning tasodifiy taqsimlanishi $x^{(0)}{}_i=P_{(i)}$ bilan beriladi. $P_{ij,k}$

esa i-tur va j-turlarning muvaffaqqiyatli chatishtirilishidan hosil bo'lgan k- individ hosil bo'lish ehtimolligidir. Bunda jinsning farqi yo'q va ixtiyoriy avlodda ij ota-onalar mustaqil. Biz dastlabki avloddagi tasodifiy taqsimlanishini umumiy ehtimollik orqali ifodalashimiz mumkin va u quyidagicha ifodalanadi:

$$x^{(1)}{}_k = \sum_{i,j=1}^{m} P(k\backslash i,j)P(i,j) = \sum_{i,j=1}^{m} P_{ij,k}\, x^0{}_i x^0{}_j \qquad (1)$$

Bunda $k = 1\ldots m$, $x^{(0)} \to x^{(1)}$ bo`lib , o`tkazuvchi operator evolutsion operator deyiladi. Har qanday populyatsiya dastlabki x^0 holatdan boshlab ko`payadi. Birinchi ta`sirdan so`ng $x^0$ holat $x^{(1)}$ ga aylanadi va $x^{(1)} = \mathrm{V}\left(x^{(0)}\right)$ ko`rinishida ifodalanadi. Undan keyin ikkinchi avlod $x^{(2)}$ birinchi avlodga operatorni ta`sir ettirishdan hosil bo`ladi va

$$x^{(2)} = V\left(x^{(1)}\right) = V\left(V(x^0)\right) = V^2(x^0) \qquad (2)$$

Ko`rinishida ifodalanadi. Shu tarzda populyatsiya ko`payadi va uning holatlari quyidagi diskret vaqt dinamik sistemasi orqali tasvirlanadi.

$$V^n(x) = V(V\left(\ldots V(x)\right)\ldots) \qquad (3)$$

Biror bir organizm turining dinamik sistemasining limiti muhim xususiyatga ega bo`lib, bu o`sha turning oradan ko`plab vaqt o`tganidan so`ng turning taqdirini ya`niki uning mavjud bo`lib ko`payib ketishini yoki yo`qolib ketishini ko`rsatadi. Demak biz ushbu dinamik sistemalarning limitini hisoblash orqali turning kelajagi haqida fikr yurita olamiz. Ma`lumki, $x\epsilon R^m$ dagi istalgan vektorni R^m dagi

$$e_1 = (1,0,\ldots,0), \quad e_2 = (0,1,\ldots,0), \ldots, \quad e_m = (0,0,\ldots,1)$$

bazislar orqali chiziqli ifodalay olamiz. R^m dagi ko`paytirish amali esa quyidagicha aniqlanadi.

$$e_i e_k = \sum_{j=1}^{m} P_{ik,j} e_j \qquad (4)$$

Ya`ni $R^m \times R^m$ ga $x \times y \to xy$ bir chiziqli akslantirish mos keladi.

$$xy = \sum_{i,k,j=1}^{m} (P_{ik,j} x_i\, x_k\,) e_j$$

Demak, koordinatalar orqali berilgan evolutsion operatorni

$$x^{(1)} = V(x) = x^2$$

kabi yozish mumkin. R^n o'lchovli fazoda (n-1) o'lchovli

$$R^{n-1} = \left\{ x = (x_1\,, x_2, \ldots, x_n);\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0 \right\}$$

simpleks berilgan bo'lsin. Ushbu operator

$$V: S^{n-1} \to S^{n-1}, \quad V(x) = x_k^1 = \textstyle\sum_{i=1}^{n} P_{ij,k} x_i x_j \;, \quad k = 1..n \qquad (5)$$

kvadratik stoxastik operator deyiladi. Bu yerda

$$P_{ij,k} \geq 0, \quad P_{ij,k} = P_{ji,k} \quad \textstyle\sum_{k=1}^{n} P_{ij,k} = 1, \quad x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)\epsilon\, S^{n-1}$$

Ma`lumki yuqorida $P_{ij,k}$ larga qo`yayotgan barcha shartlarimiz S^{n-1} simpleksni to`la saqlanishini ta`minlaydi. Kvadratik stoxastik operator tushunchasini matematik-genetika yo`nalishida o`z izlanishlarini olib borgan S.N. Bernshteyn, G.X. Xardi, V.

Vaynbergning ishlarida uchratamiz. Yuqorida qaralayotgan V operator (1.5) biror organizm populyatsiyasining evolutsion operatorini ifodalaydi. Populyatsiyaning o`zi esa organizmlar turkumining yopiq ravishdagi nisbiy ko`payishidir. Har bir populyatsiyada hosil bo`ladigan avlodlar aynan bir xilda emas, ya`ni ularning o`zaro farqlari mavjuddir. Dinamik sistemalarning evolutsion operatorlarini o`rganishda turli avlodlar o`rtasida hech qachon o`zaro chatishish sodir bo`lmaydi deb faraz qilinadi. Populyatsiyaga mansub har bir tur albatta yuqoridagi avlodlardan qaysidir yagona biriga tegishli bo`ladi. Populyatsiya holatini o`rganish bu turlar ehtimolligi jamlanmasini ya`ni $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ni o`rganishdir. Har bir $P_{ij,k}$ koeffitsiyent – bu i- va j-turlarni chatishtirishdan hosil bo`lgan yangi avlodning k-turga mansubligini ko`rsatuvchi ehtimollikdir. Tasodifiy chatishish natijasida ota-ona juftligi x holatida $x_i x_j$ avlodni hosil qiladi.

1. Ta'rif: Agar, $k \notin \{i, j\}$ bo'lganda $P_{ij,k}$=0 tenglik o'rinli bo'lsa, $V: S^{n-1} \to S^{n-1}$ kvadratik stoxastik operator volterra kvadratik stoxastik operatori deyiladi.

Quyidagi tasdiqlar o'rinli:

1-tasdiq : Agar $V: S^{n-1} \to S^{n-1}$ akslantirish Volterra operatori bo'lsa,quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\grave{x_k} = x_i\left(1 + \sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i\right), \qquad k = 1..n$$

Bu yerda $a_{ki} = -a_{ik}$, $|a_{ki}| \leq 1$

Isbot. Biz $i \neq k$ ekanligidan

$$\sum_{i=1}^{n} P_{kk,i} = 1$$

bo`lganida

$P_{kk} = 0$ bo`lsa, $P_{kk,k} = 1$ bo`lishini osongina hosil qilamiz. Shu bilan bir qatorda

$$\grave{x_k} = \sum_{i=1}^{n} P_{ij,k}x_ix_j = P_{kk,k}x_k^2 + \sum_{i=1, i\neq k}^{n} P_{ik,k}x_ix_k + \sum_{j=1, j\neq k}^{n} P_{kj,k}x_kx_j$$

tenglikdan $P_{ij,k} = P_{ji,k}$ ekanligidan kelib chiqib,

$$\grave{x_k} = x_k\left(x_k + 2\sum_{i=1, i\neq k}^{n} P_{ik,k}x_i\right), \qquad k = 1..n$$

tenglikni hosil qilamiz. Binobarin $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$ bo`lsa,

$$\grave{x_k} = x_k\left(1 + 2\sum_{i=1, i\neq k}^{n} (2P_{ik,k} - 1)x_i\right)$$

bo`ladi. $i \neq k \;\; va \;\; a_{kk} = 0$ bo`lganida $2\,P_{ik,k} - 1 = \;\; a_{ki}$ deb olib,

$$\grave{x_k} = x_k\left(1 + 2\sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i\right), \qquad k = 1..n \tag{6}$$

tenglikka ega bo`lamiz. Bundan esa $0 \leq P_{ik,k} \leq 1$ ekanligidan $|a_{ki}| \leq 1$ ekanligi kelib chiqadi. So`ngra volterralikni inobatga olgan holda $P_{ik,k} + P_{ik,i} = 1$ ga ega bo`lamiz. Bundan esa $a_{ki} + a_{ik} = 2$

$P_{ik,k}-1+P_{ik,i}-1=2\left(P_{ik,k}+P_{ik,i}-1\right)=0$ tenglik hosil bo`ladi. Shunday qilib $a_{ki}=-a_{ik}$ tenglikning o`rinli ekanligi isbotlanadi.

[1], [3], [4] ilmiy ishlarda biz okeandagi planktonning asosiy elementi azot bilan cheklanganligini ko‘rib chiqamiz va sistema azot bilan yopiq deb faraz qilamiz. Plankton ikki xil, ya’ni fitoplankton yoki o‘simlik flanktoni bo‘lib, ular tabiiyki fotosintez va zaruriy elementlarni talab qiladi. Fitoplankton bilan oziqlanadigan zooplankton hayvonlarning planktoni hisoblanadi. Sodir bo‘layotgan barcha harakatlar okeanning yaxshi aralashgan qismida sodir bo‘ladi deb faraz qilamiz.

Biz okeanning birlik sathiga mos keladigan azotning konsentratsiyasi sifatida N ni, Fitoplankton konsentratsiyasi sifatida P ni, zooplankton konsentratsiyasi deb Z ni belgilaylik. Vaqtning $t\neq 0$ momentida ekosistemaning holati $(N(t),P(t),Z(t))$ vector bilan aniqlansin. Qulaylik uchun ushbu vektorni $(x(t),y(t),z(t))$ orqali belgilaymiz. Ushbu vektorning evolutsion operatori quyidagicha aniqlangan bo‘lsin:

$$V:=\begin{cases} x^{(1)}=x(1-b+dy)\\ y^{(1)}=y(1-dx-a+cz)+bx \\ z^{(1)}=z(1-cy)+ay\end{cases} \qquad (7)$$

Biz $x+y+z=1$ deb hisoblaymiz va V tomonidan hosil bo'lgan dinamik sistemalarni o'rganamiz. Diskret vaqt dinamik sistemasini aniqlash funksiyasini hisoblaymiz: $X\longrightarrow X.$ $x\in X\ uchun$ $f^n(x)$ f ning n-tartibli tarkibi. (ya'ni f dan x gacha bo'lgan vaqtning iteratsiyasi)

$$f^n(x)=\underbrace{f\left(f\left(f\ldots\left(f(x)\right)\right)\ldots\right)}_{n\ vaqtda}.$$

Izoh-1. Ixtiyoriy olingan $x_0\in X\ va$ $f\colon X\longrightarrow X$ uchun diskret-vaqt dinamik sistemasi (yoki x_0 trayektoriyasi) – bu undagi nuqtalar ketma-ketligi

$x_0,\,x_1=f(x_0),\,x_2{=}f^2(x_0),\,x_3{=}f^3(x_0),\ldots$ (8)

ko`rinishida bo`ladi.

Izoh-2. A to`plamdagi $x\in X$ nuqta $f(x)=x$ tenglikni qanoatlantirsa, $x$ berilgan operatorning qo`zg`almas nuqtasi deyiladi. $Fix\,(V)$ orqali barcha qo`zg`almas nuqtalar to`plamini belgilaymiz.

Ushbu maqolada biz f va boshlang'ich nuqta x_0 funksiyasi ketma-ketligi berilgan (7) ketma-ketlik bilan nima sodir bo’lishini aniqlaymiz. Shu bilan bir qatorda , $\lim_{n\to\infty}x_n$ ning chegarasi bor, yo`qligini aniqlab, yo’q bo’lsa, ketma-ketlikning chegaraviy nuqtalari to’plami nima bo`lishini o`rganamiz. Bu chegaraviy nuqtalar to`plami cheklanganmi yoki cheksizmi degan savollarni javobini izlaymiz . V evolutsion operatorning qo`zg`almas nuqtalari $V\,(x,y,z)=(x,y,z)$ tenglamaning yechimdir.Shuning uchun:

$$\begin{cases} x=x(1-b+dy)\\ y=y(1-dx-a+cz)+bx\\ z=z(1-cy)+ay\end{cases} \qquad (9)$$

ham ushbu tenglamalar sistemasini yechamiz.

1 - hol : x = 0, y = 0. Bunday holda (8) dan biz (0,0,1) yechimni olamiz.

2 - hol : $\boldsymbol{x=0,y\neq 0}$ bo`lganida esa

$$\begin{cases} y = y(1-a+cz) \\ z = z(1-cy)+ay \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} (cz-a)y = 0 \\ cyz = ay \end{cases} \quad (11)$$

bo`ladi.Shunday qilib, $V$ ning belgilangan q`zg`almas nuqtasi

$$(0;1-\frac{a}{c};\frac{a}{c})$$

3 - hol : x ≠ 0, y = 0. Ushbu holda dinamik sistemamizning ko`rinishi quyidagicha :

$$\begin{cases} x = x(1-b) \\ 0 = bx \\ z = z \end{cases} \quad (12)$$

Bo`lib , b ≠ 0 bo'lsa, ushbu sitemaning yechimi yo'qligini osongina ko`rishimiz mumkin. b = 0 bo'lsa, bizda cheksiz ko'p sonli $(x, 0{,}1-x)$ yechimlar bor, bu yerda x noma`lum

4 - hol : $\boldsymbol{x \neq 0}$, $\boldsymbol{y \neq 0}$ bo`lganda esa

$$\begin{cases} x(dy-b) = 0 \\ y(dx+a-cz) = bx \\ zyc = ay \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \Longrightarrow y = \frac{b}{d} \\ y \neq 0 \Rightarrow z = \frac{d}{c} \\ x+y+z = 1 \ \Rightarrow x = \frac{cd-bc-ad}{cd} \end{cases}$$

Shunda $Fix(V)$ *ning nuqtasi* $(\frac{cd-bc-ad}{cd};\frac{b}{d};\frac{d}{c})$ bo`ladi.Endi biz trayektoriyaning operatorni tashkil qilgan har bir parametr bilan bog`liqligini, ularga mutanosib ravishda trayektoriyaning o`zgarib borishini tadqiq qilamiz.

1. $\boldsymbol{c = d = 0}$. Bunda o`rganilayotgan operatorning ko`rinishi

$$V(x,y,z) \coloneqq \begin{cases} x^{(1)} = x(1-b) \\ y^{(1)} = y(1-a)+bx \\ z^{(1)} = z+ay \end{cases}$$

kabi bo`lib, quyidagi holatlar mavjud:

1.1. $\boldsymbol{a = b = 0}$. Bu holatda bizda

$$V(x,y,z) = \begin{cases} x^{(1)} = x \\ y^{(1)} = y \\ z^{(1)} = z \end{cases}$$

Sistema hosil bo`ladi va natijada $V$ operator bilan ifodalanayotgan evolutsion sistemani hosil qilgan belgilar vaqt o`tgani sayin o`zgarmasligi kelib chiqadi.

1.2. $\boldsymbol{a} \in [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$, $\boldsymbol{b = 0}$ holatda esa operatorimiz

$$V(x,y,z) = \begin{cases} x^{(1)} = x \\ y^{(1)} = y(1-a) \\ z^{(1)} = z+ay \end{cases}$$

ko`rinishida bo`lib, biz ushbu dinamik sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x^{(2)} = x^{(1)} = x \\ y^{(2)} = y^{(1)}(1-a) = y(1-a)^2 \\ z^{(2)} = z^{(1)} + ay^{(1)} = z + ay + ay(1-a) \end{cases}$$

Xuddi shu tarzda davom ettirib, dinamik sistemaning n-sistemasini ham hosil

$$\begin{cases} x^{(n)} = x \\ y^{(n)} = y(1-a)^n \\ z^{(n)} = z + (1 + (1-a) + (1-a)^2 + \cdots + (1-a)^{n-1})ay \end{cases}$$

Hosil qilingan n-sistemasining limitini hisoblash orqali biz ushbu evolutsion sistemaning tanlangan holatda ko`p yillar o`tib o`zini qanday tutishini bilib olamiz. Bizda ushbu natijalar hosil qilindi:

$\lim_{n\to\infty} V^n$(x,y,z)=$\lim_{n\to\infty}(x^{(n)}, y^{(n)}, z^{(n)}) = (x, 0{,}1-x)$

hosil bo`ladi.Demak, ko`p yillar o`tib bu holatda ikkinchi belgi butkul yo`qolib ketar ekan.

1.3 $\boldsymbol{a \neq 0}$, $\boldsymbol{b} \in (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$. Bu holatda bizda

$$V(x,y,z) \coloneqq \begin{cases} x^{(1)} = x(1-b) \\ y^{(1)} = y(1-a) + bx \\ z^{(1)} = z + ay \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^{(2)} = x^{(1)}(1-b) = (1-b)^{(3)} \\ y^{(2)} = y^{(1)}(1-a) + bx^{(1)} = [y(1-a) + bx](1-a) + bx(1-b) = (1-a)^{(2)}y + \\ \qquad +((1-a) + (1-b))bx \\ z^{(2)} = z^{(1)} + ay^{(1)} = z + \big(1 + (1+a)\big)ay + abx \end{cases}$$

Xuddi shu tarzda evolutsiyaning keyingi avlodlarini ham hosil qilamiz. Bizda bor $x^{n+1} = (1-b)^n x^{(0)}$ shuning uchun $\lim_{n\to\infty} x^n = 0$. Shuningdek, bizda bo’ladi

$$z^{n+1} = z^n + ay^n \geq z^n.$$

Natiajda, z^n monoton bo`lib rivojlanishi va bog’lanishi yuqoridagi 1-holat dek bo`ladi. Shuning uchun z^n ning chegarasi bo`ladi va y^n=1-$y^n - z^n$ ning ham chegarasi bor. Demak evolutsion operatorning n- sistemasining limiti

$\lim_{n\to\infty} V^n$(x,y,z)=$\lim_{n\to\infty}(x^{(n)}, y^{(n)}, z^{(n)}) = (0{,}0{,}1)$

bo`lib, $n \to \infty$ intiganda (0,0,1) ga intiladi.

1.4 $\boldsymbol{a = 0, b \neq 0}$. Ushbu holatda bizda:

$$V(x,y,z) \coloneqq \begin{cases} x^{(1)} = x(1-b) \\ y^{(1)} = y + bx \\ z^{(1)} = z \end{cases}$$

Ko`rinishga kelgan operatorimizning oddiy hisob-kitoblar orqali dinamik sistemasini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} x^{(2)} = x^{(1)}(1-b) = (1-b)^2 x \\ y^{(2)} = y^{(1)} + bx^{(1)} = y + bx + bx(1-b) = y + (1 + (1-b)) \\ z^{(2)} = z^{(1)} = z \end{cases}$$

Takroran biz kuzatishimiz mumkinki

$$\begin{cases} x^{(n)} = x \\ y^{(n)} = y + (1 + (1-b) + (1-b)^2 + \cdots + (1-b)^{n-1})bx \\ z^{(n)} = z \end{cases}$$

Shuning uchun

$\lim_{n\to\infty} V^n$(x,y,z)=$\lim_{n\to\infty}(x^{(n)}, y^{(n)}, z^{(n)}) = (0,1-z,z)$

2. $\boldsymbol{c = 0}$, $\boldsymbol{d \neq 0}$. Ushbu holata bizda

$$V(x,y,z) \coloneqq \begin{cases} x^{(1)} = x(1-b+dy) \\ y^{(1)} = y(1-a-dx) + bx \\ z^{(1)} = z + ay \end{cases}$$

2.1. $\boldsymbol{a = b = 0}$**.** So`ng

$$V(x,y,z) \coloneqq \begin{cases} x^{(1)} = x(1+dy) \\ y^{(1)} = y(1-dx) \\ z^{(1)} = z \end{cases}$$

boshlang`ich nuqta uchun $t = (x,y,z)$ bo`lgan trayektoriya

$t^{(n)}$ =($x^{(n)}, y^{(n)}, z^{(n)}$), quyidagicha bo`ladi

$$\begin{cases} x^{(n+1)} = x^n(1+dy^n) \\ y^{(n+1)} = y^n(1-dx^n) \\ z^{(n+1)} = z^n \end{cases}$$

Ushbu sistemadan shu narsa aniq bo'ladiki x^n va y^n ketma-ketlik monotondir va har qanday $d \neq 0$ (holati $d = 0$ dinamik sistema uchun katta ahamiyat kasb etmaydi, shuning uchun inobatga olmaymiz).

bo`lganda dinamik sistemaning qo`zg`almas nuqtalari

$$\lim_{n\to\infty} t^n = \begin{cases} (0,1-z,z) & if \quad d < 0 \\ (1-z,0,z) & if \quad d > 0 \end{cases}$$

larga intiladi.

2.2. $\boldsymbol{a = 0}$, $\boldsymbol{b \neq 0}$. Ushbu holatda operatorning ko`rinishi

$$V(x,y,z) \coloneqq \begin{cases} x^{(1)} = x(1-b+dy) \\ y^{(1)} = y(1-dx) + bx \\ z^{(1)} = z \end{cases}$$

tarzda bo`lib, uning keyingi sistemalarini ifodalash birmuncha murakkablik tug`diradi. Shu sababli ham biz uning faqatgina

biriktirilgan qismini olamiz:

$$(\frac{d-b-dz}{d}; \frac{b}{d}; z)$$

Qolgan trayektoriya holatlarini o`rganish ham qiyin bo`lib, biz ularni quyidagi ro`yxatda beramiz va $Fix(V)$ deb belgilaymiz: $$Fix(V) = \begin{cases} (x; y; z), & agarc = d = b = a = 0 \\ (x; 0; 1-x), & agar \quad a \neq 0, b = c = d = 0 \\ (0; 0; 1), agarab \neq 0, d = d = 0 & \\ (0; 1-z; z), agar\ b \neq 0, c = d = a = 0 & \\ (1-z; 0; z), & agar \quad a = b = c = 0, d > 0 \\ \left(\frac{d-b-dz}{d}; \frac{b}{d}; z\right) & agar \quad a = c = 0, d \neq 0, b > 0 \\ (0; \bar{y}; 1-\bar{y}) & agar \quad = c = 0, d \neq 0, \ b < 0 \\ (\bar{x}; 0; 1-\bar{x}) & agar \quad b = c = 0, \ ad \neq 0 \\ \left(x; 1-x-\frac{a}{c}; \frac{a}{c}\right) & agar \quad b = d = 0 \ a \neq 0, c > 0 \\ (x; 0; 1-x), agarb = d = 0, ac \neq 0, c < 0 & \\ (0; 0; 1), & agar \quad d = 0, b \neq 0, c \leq a \ or \quad y = 0 \\ \left(0; 1-\frac{a}{c}; \frac{a}{c}\right) & agar \quad d = 0, b \neq 0, c > a, y > 0 \end{cases}$$

(3.7)

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] N. Britton, *Essential Mathematical Biology*. Springer, London, 2003.

[2] R.L. Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical System*. Westview Press, 2003.

[3] J. M\"uller, C. Kuttler*Methods and models in mathematical biology*. Deterministic and stochastic approaches. Lecture Notes on Mathematical Modelling in the Life Sciences. Springer, Heidelberg, 2015.

[4] U.A. Rozikov, S.K. Shoyimardonov, *On ocean ecosystem discrete time dynamics generated by ell-Volterra operators.*} Inter. Jour. Biomath. 12(2) (2019) 1950015, (24 pages).

[5]G.R.Sayliyeva, *Discrete time dynamics of an ocean ecosystem*